

“Cea de a IX-a Conferinta Internationala de Constructii Metalice” – ICMS 2000, Universitatea Politehnica Timisoara, sectia 4 – Connections. Base isolation of structures and dissipation of the seismic energy”, lucrarea 4.13, 19-22.10.2000(Chairman sectie)

## INFLUENTA AMORTIZARII VASCOASE IN ANALIZA DINAMICA NELINIARA A UNEI STRUCTURI METALICE MULTIETAJATE

M. Ieremia, C. Traistaru, S. Ginju

Universitatea Tehnica de Constructii Bucuresti  
Bdul. Lacul Tei nr. 122-124, sect.2  
72302 Bucuresti, Romania  
e-mail: mieremia@hidro.utcb.ro

**Cuvinte cheie:** dinamic, elasto-plastic, amortizare vascoasa, metal, Von Mises

**Rezumat.** *Lucrarea prezinta analiza dinamic neliniara a unei structuri metalice speciale. Capacitatea de disipare a energiei indusa in structura de catre seism este studiata atat in cadrul comportarii liniar elastice a structurii cat si in cazul plastificarii unora dintre elementele structurale. Lucrarea scoate in evidenta importanta amortizarii in determinarea raspunsului structurilor la actiunea seismica utilizand analiza dinamic neliniara.*

### 1 INTRODUCERE

In lucrare se prezinta analiza modala si analiza dinamic neliniara a structurii de rezistenta a Statiei de distribuitor de carbune, azot si oxigen, aferentă furnalului F2 din cadrul S. C. SIDEX S.A. GALATI. Statia de distributie are 4 niveluri tehnologice.

Structura de rezistenta a stației este alcatuita din cadre metalice multietajate contravintuite, asamblate prin sudură. Clădirea are 4 etaje de 6m înaltime, o singura deschidere de 6m și 2 travei de 6m. În frontoane, construcția iese în consolă cu 3,20m și respectiv 1,95m. Stația este paralelă cu casa furnalului. Construcția este închisă cu tablă cutată.

Construcția stației reazemă pe tălpi de fundații până la adâncimea de -2,20m și apoi pe piloți forajți Ø800 mm.

Accesul în stație se face printr-o pasarelă rezemată pe casa furnalului și pe scări corespunzătoare între planșee. Între casa furnalului și stație, se află un pat de conducte, care pătrund în stație, de unde se fac legăturile cu furnalul.

Construcția se încadrează în categoria de importanță “C” conform H.G. 766/1997, având clasa de importanță III conform normativului P100-92. Construcțiile se află în zona seismică “C” având perioada de colt  $T_c = 1,5$  și coeficientul seismic zonal  $K_s = 0,20$ .

## 2 CONSIDERATII ASUPRA MODELARII

Structura de rezistenta a fost analizata cu ajutorul metodei elementului finit. In acest scop structura a fost discretizata in 214 elemente finite tip Beam conectate in 90 de noduri. Pentru definirea sectiunilor elementelor au fost necesare trei seturi de constante. Stalpii au sectiunea transversala I confectionata din table sudate (talpi: 350x20, inima: 500x15), contravantuirile sunt alcatuite din doua profile U20 iar grinzile au sectiunea transversala I confectionata din table sudate (talpi: 240x15, inima: 400x8) . Toate elementele metalice sunt din otel OL37. Pentru simularea comportarii in domeniul elasto-plastic a elementelor metalice a fost utilizat elementul finit Beam24 ce modeleaza bare alcatuite din profile cu pereti subtiri.

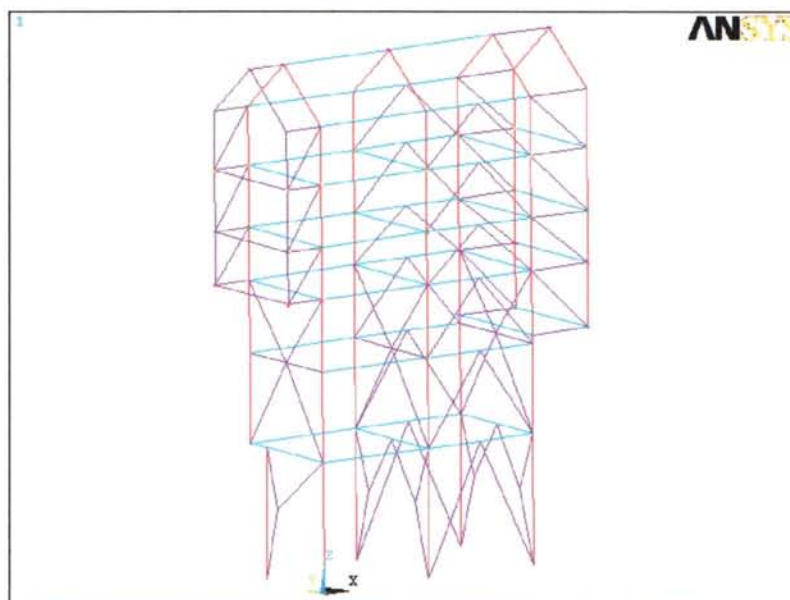


Figura 1 Discretizarea structurii

## 3 CONSIDERATII ASUPRA ANALIZEI DINAMICE

### 3.1 ANALIZA MODALA

Ecuatia de miscare a unui sistem dinamic in care se neglijeaza amortizarea, in exprimare matriceala este urmatoarea:

$$[M] \{\ddot{u}\} + [K] \{u\} = \{0\} \quad (1)$$

unde:

[M] – matricea maselor;  
[K] – matricea de rigiditate.

Pentru un sistem liniar, vibratiile libere vor fi armonice si vor avea forma:

$$\{u\} = \{\phi\}_i \cos \omega_i t \quad (2)$$

unde:  $\{\phi\}_i$  - vectorul propriu in modul i de vibratie;  
 $\omega_i$  - frecventa circulara (radian pe unitatea de timp);  
t - timpul.

Ecuatia (1) are urmatoarea expresie:

$$(-\omega^2 [M] + [K]) \{\phi\}_i = \{0\} \quad (3)$$

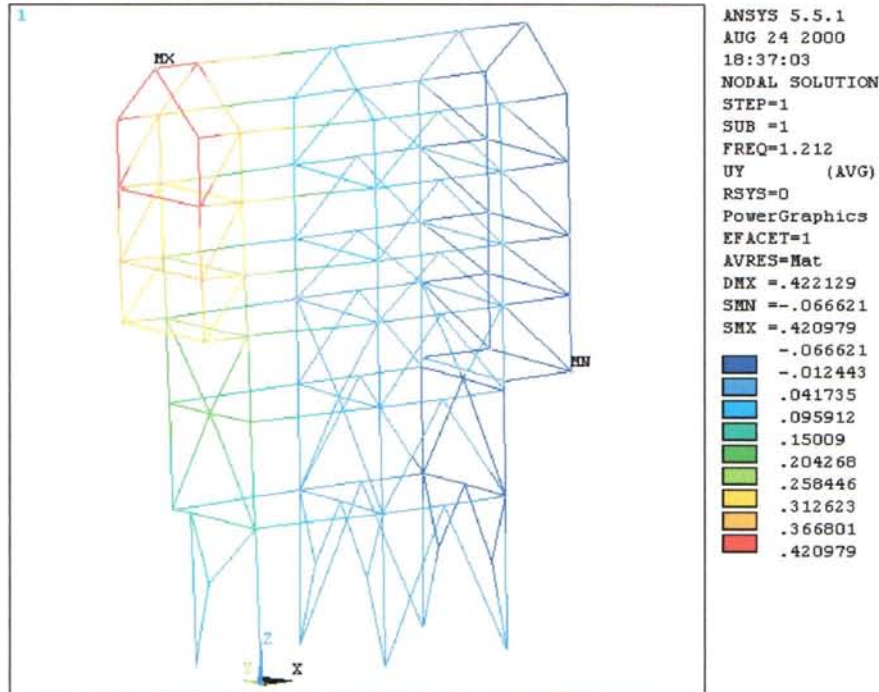


Figura 2 Modul 1 de vibratie  $T_1=0.82s$

Aceasta ecuatie este satisfacuta daca  $\{\phi\}_i = \{0\}$  sau daca determinantul  $(-\omega^2 [M] + [K])$  este egal cu zero. Prima optiune este neinteresanta. A doua varianta are solutia:

$$|[K] - \omega^2 [M]| = 0 \quad (4)$$

Aceasta este forma standard a ecuatiei valorilor proprii ce trebuie rezolvata pentru cele n valori ale lui  $\omega^2$  care satisfac ecuatia (3), unde n este numarul gradelor de libertate ale sistemului dinamic.

Pentru determinarea vectorilor proprii este necesara rezolvarea ecuatiei urmatoare:

$$[K] \{\phi_i\} = \lambda_i [M] \{\phi_i\} \quad (5)$$

unde:  $\lambda_i$  - valori proprii.

Astfel in urma efectuării analizei modale s-au obtinut valorile si vectorii proprii corespunzatoare primelor 20 de moduri de vibratie. Factorul de participare al masei modale obtinut pentru vibratiile orizontale este ~90%, iar pentru cele verticale ~80%.

Perioada proprie fundamentala de vibratie  $T_1 = 0.82$  s, incadreaza structura in categoria structurilor semiflexibile .



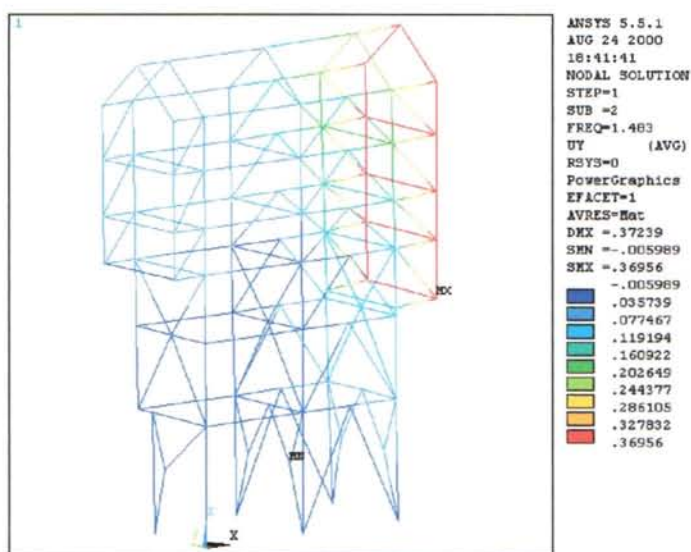


Figure 3 Modul 2 de vibratie  $T_2=0.67s$

In modelul de amortizare viscoasa Rayleigh matricea de amortizare [C] este calculata utilizand constantele de multiplicare pentru matricea maselor [M] si pentru matricea de rigiditate [K]:

$$[C]=\alpha [M]+\beta [K] \quad (6)$$

Constantele  $\alpha$  si  $\beta$  sunt calculate in functie de fractiunile din amotizarea critica  $\xi_i$  corespunzatoare modului propriu de vibratie  $i$ . Daca  $\omega_i$  reprezinta frecventa circulara in modul  $i$ , atunci  $\alpha$  si  $\beta$  satisfac relatia:

$$\xi_i = \frac{\alpha}{2\omega_i} + \frac{\beta\omega_i}{2} \quad (7)$$

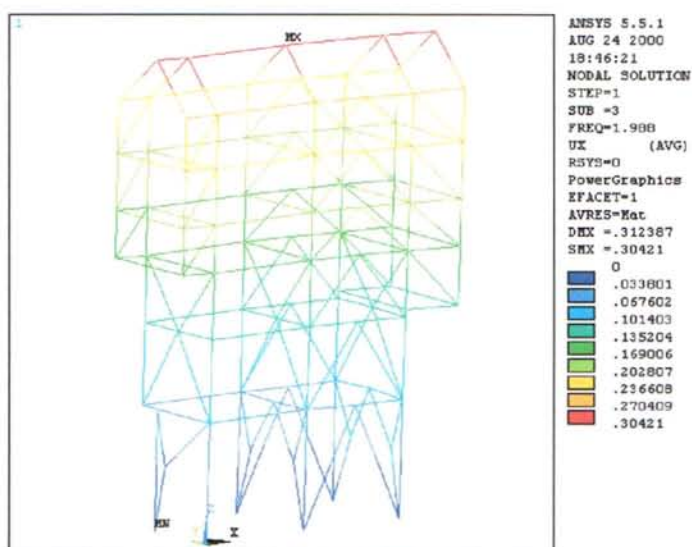


Figure 4 Modul 3 de vibratie  $T_3=0.50s$

Vom admite ca suma constantelor  $\alpha$  si  $\beta$  este aproape constanta pentru o anumita gama de frecvente circulare (vezi figura 5). Cu ajutorul fractiunilor din amortizarea critica si a frecventelor circulare corespunzatoare a doua moduri de vibratie se determina constantele  $\alpha$  si  $\beta$  prin rezolvarea sistemului de ecuatii (7).

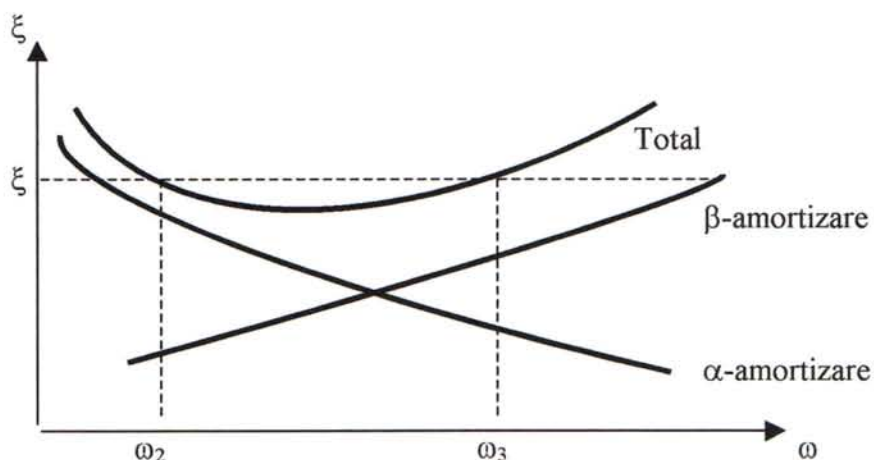


Figura 5 Relatia amortizare – frecventa circulara

Pentru calculul coeficientilor de amortizare  $\alpha$  si  $\beta$  au fost utilizate fractiunile din amortizarea critica corespunzatoare modurilor proprii de vibratie 2 si 3 :  $\xi_2=2\%$  and  $\xi_3=5\%$ . Rezolvand sistemul (9) vom obtine constantele de proportionalitate ale matricei de amortizare. Aceste valori sunt prezentate in tabelul 1:

Tabelul 1

$T_2$	$\omega_2$	$T_3$	$\omega_3$	$\alpha$	$\beta$
0.67	9.31	0.50	12.49	-0.72	0.012

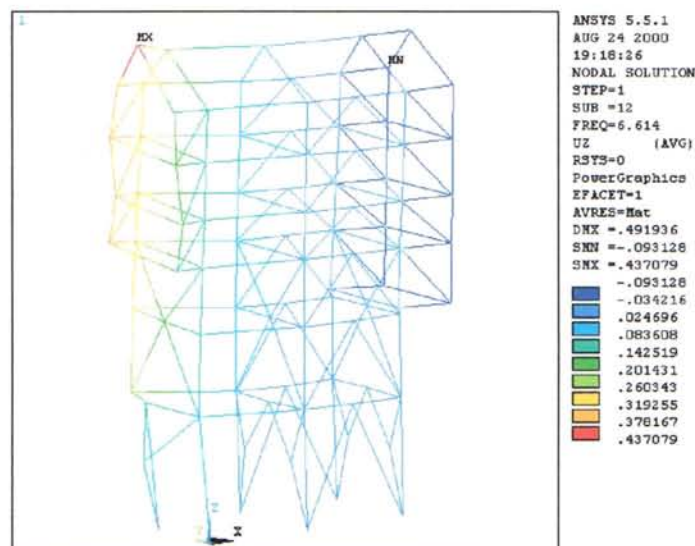


Figura 6 Modul 12 de vibratie  $T_{12}=0.15s$

### 3.2. ANALIZA TIME – HISTORY

Structura de rezistenta a statiei de distributie a fost analizata dinamic prin metoda integrarii directe a sistemului de ecuatii diferentiale de miscare, urmarindu-se influenta amortizarii in raspunsul dinamic al structurii.

Atunci cand se foloseste metoda elementului finit pentru discretizarea structurii, sistemul ecuatiilor de miscare va avea forma:

$$[M]\{\ddot{U}(t)\} + [C]\{\dot{U}(t)\} + [K]\{U(t)\} = -[M]\{\ddot{u}(t)\} \quad (8)$$

In utilizarea schemei de integrare Newmark se fac urmatoarele ipoteze:

$$\dot{U}_{t+\Delta t} = \dot{U}_t + \left[ (1-\delta)\ddot{U}_t + \delta * \ddot{U}_{t+\Delta t} \right] \Delta t \quad (9)$$

$$U_{t+\Delta t} = U_t + \dot{U}_t \Delta t + \left[ \left( \frac{1}{2} - \alpha \right) \ddot{U}_t + \alpha * \ddot{U}_{t+\Delta t} \right] \Delta t^2 \quad (10)$$

unde:  $\alpha$  si  $\beta$  sunt parametrii care determina acuratetea si stabilitatea procesului de integrare.

Pentru rezolvarea deplasarilor, vitezelor si acceleratiilor la momentul  $t+\Delta t$ , pe langa ecuatia (9) si (10) se considera si ecuatiile de echilibru la momentul  $t+\Delta t$ :

$$M\ddot{U}_{t+\Delta t} + C\dot{U}_{t+\Delta t} + KU_{t+\Delta t} = R_{t+\Delta t} \quad (11)$$

Rezolvand ecuatia (10) pentru  $\ddot{U}_{t+\Delta t}$  functie de  $U_{t+\Delta t}$  si apoi substituind relatia obtinuta in (9), se obtin ecuatiile pentru  $\ddot{U}_{t+\Delta t}$  si  $\dot{U}_{t+\Delta t}$  amandoua functie doar de deplasarile necunoscute  $U_{t+\Delta t}$ . Aceste doua relatii pentru  $\dot{U}_{t+\Delta t}$  si  $\ddot{U}_{t+\Delta t}$  sunt apoi introduse in (11) pentru a se afla  $U_{t+\Delta t}$ , pentru ca apoi folosind relatiile (9) si (10) sa se afle si  $\ddot{U}_{t+\Delta t}$  si  $\dot{U}_{t+\Delta t}$ .

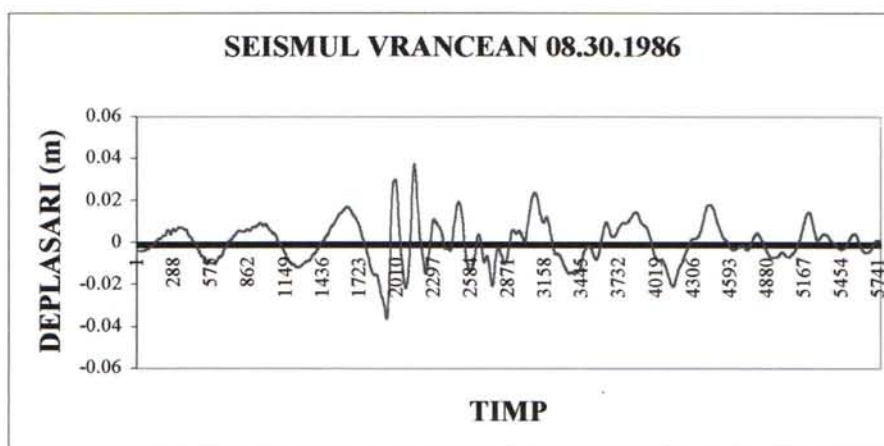


Figura 7 : Accelerograma Vrancea 1986

Algoritmul complet ce utilizeaza schema de integrare Newmark se compune din :

### 1. Calculele initiale:

- alcatuirea matricilor K (de rigiditate), M (a maselor) si C (a amortizarii)
- alocarea deplasarii, vitezei si respectiv acceleratiei a câte unei valori initiale:  $U_0, \dot{U}_0$  si  $\ddot{U}_0$
- selectarea pasului de timp  $\Delta t$ , a parametrilor  $\alpha$  si  $\delta$ , precum si calcularea constantelor de integrare:

$$a_0 = \frac{1}{\alpha \Delta t^2}; \quad a_1 = \frac{\delta}{\alpha \Delta t}; \quad a_2 = \frac{1}{\alpha \Delta t^2}; \quad a_3 = \frac{1}{2\alpha}; \quad a_4 = \frac{\delta}{\alpha} - 1;$$

$$a_5 = \frac{\Delta t}{2} \left( \frac{\delta}{\alpha} - 2 \right); \quad a_6 = \Delta t(1 - \delta); \quad a_7 = \delta \Delta t;$$

$$\delta \geq 0.50; \quad \alpha \geq 0.25 (0.50 + \delta)^2 \quad (12)$$

- formarea matricii de rigiditate efectiva  $\hat{K} : \hat{K} = K + a_0 M + a_1 C$  (13)

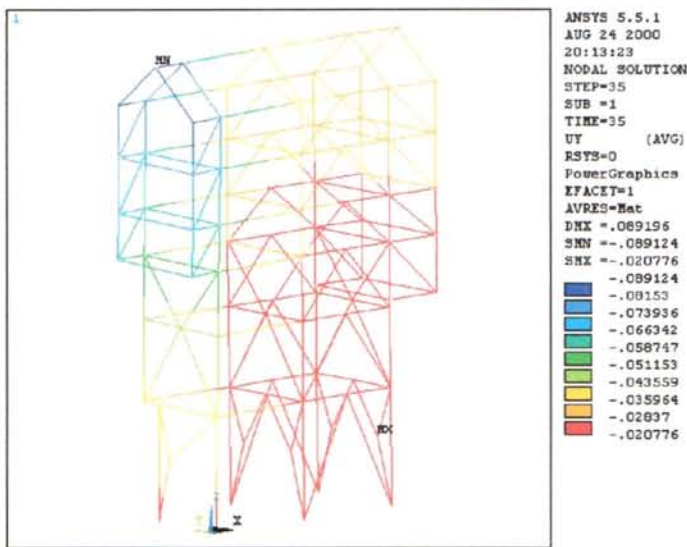


Figura 8 Pasul 35. Deformatii elasto-plastice amortizate

### 2. Pentru fiecare pas de timp:

- se calculeaza incarcările efective la pasul  $t + \Delta t$ :

$$\hat{R}_{t+\Delta t} = R_{t+\Delta t} + M(a_0 U_t + a_2 \dot{U}_t + a_3 \ddot{U}_t) + C(a_1 U_t + a_4 \dot{U}_t + a_5 \ddot{U}_t) \quad (14)$$

- se calculeaza deplasările la momentul  $t + \Delta t$ :

$$\hat{K} U_{t+\Delta t} = \hat{R}_{t+\Delta t} \quad (15)$$



- se calculeaza acceleratiile si vitezele la momentul  $t+\Delta t$ :

$$\begin{aligned}\ddot{U}_{t+\Delta t} &= a_0(U_{t+\Delta t} - U_t) - a_2\dot{U}_t - a_3\ddot{U}_t \\ \dot{U}_{t+\Delta t} &= \dot{U}_t + a_6\ddot{U}_t + a_7\ddot{U}_{t+\Delta t}\end{aligned}\quad (16)$$

Pentru a simula actiunea dinamica a cutremurului s-a folosit inregistrarea cutremurului din 1986 Vrancea (Fig. 7). Cutremurul are magnitudinea de  $M=6.8$  si urmatoarele caracteristici:

- acceleratia pamantului  $0.15g$ ;
- deplasarea maxima la nivelul pamantului  $3.7$  cm;
- timpul de actiune  $52$  sec.

Accelerograma inregistrata a fost discretizata in  $58$  pasi avand cazul initial de incarcare : incarcari permanente (greutatea proprie a structurii) si incarcari utile aplicate pe plansele tehnologice.

Tabelul 2

1	2	3	4	5	6
LE	LEAM	EP	EPAM	DALE	DAEP
0	0	0	0	0	0
5.569	4.843	5.639	4.851	0.726	0.788
6.11	5.296	6.285	5.343	0.814	0.942
6.652	5.748	6.913	5.848	0.904	1.065
7.193	6.2	7.621	6.382	0.993	1.239
7.734	6.652	8.311	6.935	1.082	1.376
8.276	7.104	9.199	7.521	1.172	1.678
8.817	7.556	10.03	8.094	1.261	1.936
9.358	8.008	11.35	8.683	1.35	2.667
9.9	8.46	12.72	9.353	1.44	3.367
10.44	8.912	14.02	10.06	1.528	3.96
12.61	10.72	21.08	14.64	1.89	6.44

### 3.3. LEGEA CONSTITUTIVA A MATERIALULUI

Legea constitutiva a otelului Von Mises cu consolidare cinematica a fost utilizata in analiza time-history pentru a modela comportarea metalului in domeniul elasto-plastic.

Expresia efortului unitar echivalent este urmatoarea:

$$\sigma_e = \left[ \frac{3}{2} (\{s\} - \{a\})^T [M] (\{s\} - \{a\}) \right]^{1/2} \quad (17)$$

unde:

$\{s\}$  – vectorul efortului unitar deviatoric;

$$\{s\} - \{\sigma\} - \sigma_m [1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0]^T \quad (18)$$

unde:

$$\sigma_m = \frac{1}{3} (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) \quad (19)$$

$\sigma_m$  – media efortului unitar hidrostatic;

$\{a\}$  – vectorul de translatie al suprafetei de cedare.

Vom nota ca ecuatia (17) este dependenta de efortul unitar deviatoric, plastificarea fiind



independenta de efortul unitar hidrostatic. Cand  $\sigma_e$  este egala cu efortul uniaxial de plastificare,  $\sigma_y$ , materialul se considera plastificat. Criteriul de plastificare este urmatorul:

$$F = \left[ \frac{3}{2} (\{s\} - \{a\})^T [M] (\{s\} - \{a\}) \right]^{1/2} - \sigma_y = 0 \quad (20)$$

Legea asociata de curgere:

$$\left\{ \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \right\} = \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\} = \frac{3}{2 \sigma_e} (\{s\} - \{a\}), \quad (21)$$

exprimata in deformatii plastice este normala la suprafata de plastificare. Legea de curgere asociata cu criteriul Von Mises de plastificare este cunoscuta ca ecuatie de curgere Prandtl – Reuss.

Translatia suprafetei de curgere este definita astfel:

$$\{a\} = 2G \{\varepsilon^{sh}\} \quad (22)$$

unde:

G – modulul de elasticitate transversal;

E – modulul lui Young.

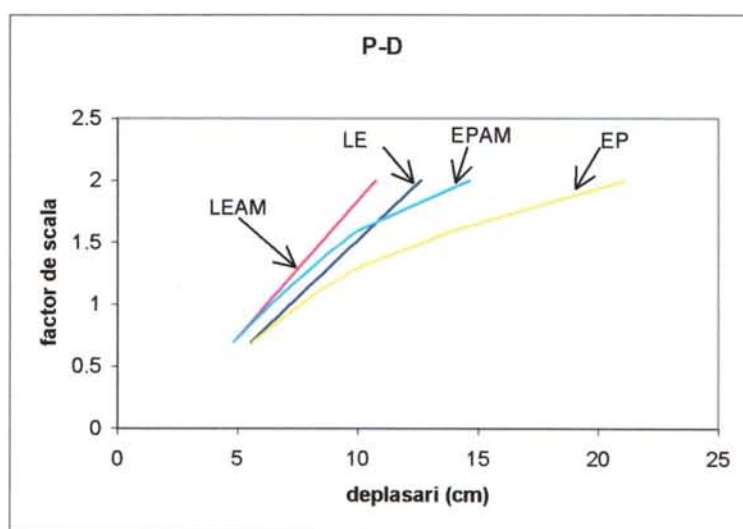


Figura 9 Deplasari maxime

Incrementul deformatiei este calculat in analogie cu ecuatie (23):

$$\{\varepsilon_n^{sh}\} = \{\varepsilon_{n-1}^{sh}\} + \{\Delta \varepsilon^{sh}\} \quad (23)$$

unde:

$$\{\Delta \varepsilon^{sh}\} = \frac{C}{2G} \{\Delta \varepsilon\} \quad (24)$$

$$C = \frac{2}{3} \frac{EE_T}{E - E_T} \quad (25)$$

unde:

$E_T$  – modulul de elasticitate tangent pentru relatia constitutiva efort unitar – deformatie specifica biliniar uniaxiala.

Translatia suprafetei de plastificare  $\{\varepsilon^{sh}\}$  este initial zero si se schimba in functie de incursiunile in domeniul plastic.

Deformatia plastic echivalenta este dependenta de istoria incarcarii si este definita in modul urmator:

$$\hat{\varepsilon}_n^{pl} = \hat{\varepsilon}_{n-1}^{pl} + \Delta \hat{\varepsilon}^{pl} \quad (26)$$

unde:

$\hat{\varepsilon}_n^{pl}$  - deformatia plastic echivalenta la pasul curent;

$\hat{\varepsilon}_{n-1}^{pl}$  - deformatia plastic echivalenta la pasul precedent.

Parametrul efortului unitar echivalent este definit astfel:

$$\hat{\sigma}_e^{pl} = \sigma_y + \frac{EE_T}{E - E_T} \hat{\varepsilon}_n^{pl} \quad (27)$$

unde:

$\hat{\sigma}_e^{pl}$  - parametrul efortului unitar echivalent.

Daca nu sunt deformatii plastice ( $\hat{\varepsilon}^{pl} = 0$ ), atunci  $\hat{\sigma}_e^{pl}$  este egal cu efortul unitar de curgere.

Daca incarcarea este reversibila dupa incursiunea in domeniul plastic, efortul unitar  $\sigma_e$  va reveni in apropierea limitei de plasticitate, dar  $\hat{\sigma}_e^{pl}$  va creste ( cand  $\hat{\varepsilon}^{pl}$  este diferit de zero).

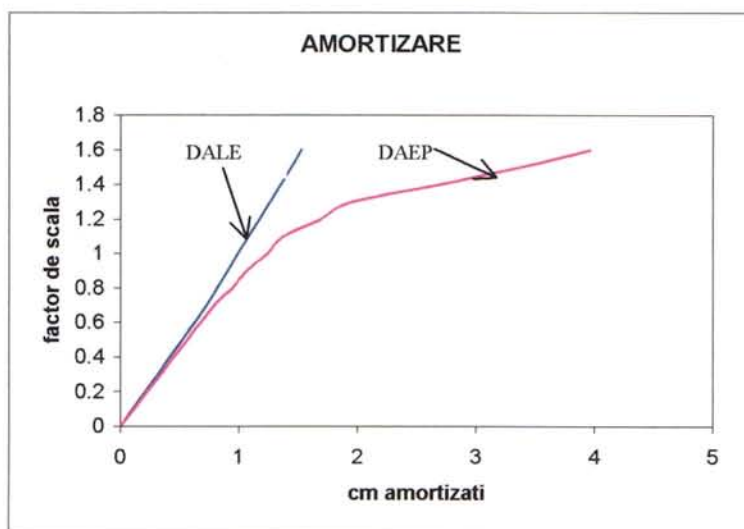


Figura 10 Variatia amortizarii

Au fost analizate patru cazuri :

- LE – analiza time – history liniar elastica;
- LEAM – analiza time – history liniar elastica cu amortizare vascoasa;
- EP - analiza time – history in domeniul elasto – plastic;
- EPAM - analiza time – history elasto – plastica cu amortizare vascoasa.

In tabelul 2, coloanele 1 – 4, sunt prezentate deplasările maxime obtinute prin multiplicarea accelerogramei cu factori de scala ce variaza intre 0.7 si 2 in cele patru variante de analiza. Reprezentarea grafica a acestor valori este prezentata in figura 9. In coloanele 5 si 6 ale tabelului 2 sunt prezentate amortizarile raspunsului structurii exprimate in cm. In figura 10 este reprezentata variatia amortizarii (DALE) in cazul analizei time – history liniar elastica si amortizarea (DAEP) obtinuta in analiza time – history in domeniul elasto – plastic. Se poate observa din figura 10 ca amortizarea vascoasa are o variatie neliniara. In figura 11 este prezentat raspunsul structurii obtinut in urma analizei time – history elasto – plastica cu amortizare vascoasa.

#### 4 CONCLUZII

Analizele prezentate evidentiaza caracterul neliniar al amortizarii vascoase de tip Rayleigh in cazul incursiunilor structurii in domeniul neliniaritatilor fizice. Daca in cazul analizelor liniar elastice contributia amortizarii poate fi estimata initial (datorita variatiei liniare) si redus ulterior raspunsul structurii, in domeniul neliniar de comportare al materialelor amortizarea constituie o sursa de neliniaritate ce nu trebuie neglijata pentru a obtine o modelare cat mai aproape de realitate.

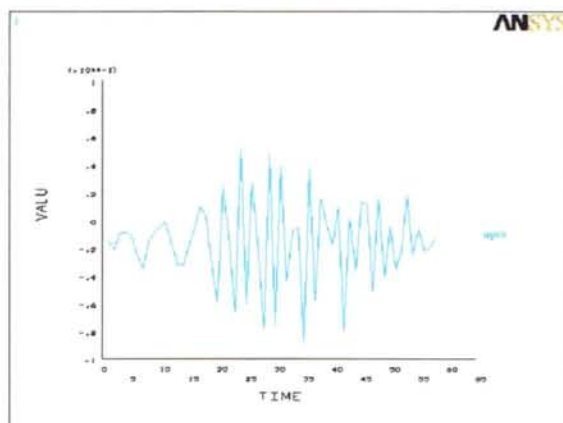


Figura 11 Raspunsul structurii in cazul EPAM

#### BIBLIOGRAFIE

- [1] ANSYS 5.5.1, Swanson Analysis Systems Inc., Houston (1998), U.S.A.
- [2] M.Ieremia, *Elasticity.Plasticity.Nonlinearity.*, Ed.PRINTECH Bucharest (1998), Romania.
- [3] K.J.Bathe, *Finite Element Procedures*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, (1996), U.S.A.