$\bar{r}$ par rapport au temps. La vitesse est dirigée suivant la tangente à la trajectoire en point donné dans le sens du mouvement du point A. (tout comme le vecteur $d\bar{r}$).

L'accélération $\bar{a}_m$ donne l'accélération moyenne de variation du vecteur vitesse du point dans en un temps Δt (fig. 1.4).

$$\bar{a}_m = \frac{\bar{v}_2 - \bar{v}_1}{\Delta t} \tag{1.3}$$

L'accélération $\bar{a}$ est égale à la dérivée du vecteur vitesse par rapport au temps :

$$\bar{a} = \frac{d\bar{v}}{dt} = \dot{\bar{v}}$$

$$\bar{a} = \ddot{\bar{r}} \tag{1.4}$$

Les points au-dessus du symbole indiquent la dérivation par rapport au temps.

De la sorte, en connaissant la relation $\bar{r} = \bar{r}(t)$ on peut trouver la vitesse $\bar{v}$ et l'accélération $\bar{a}$ à chaque instant.

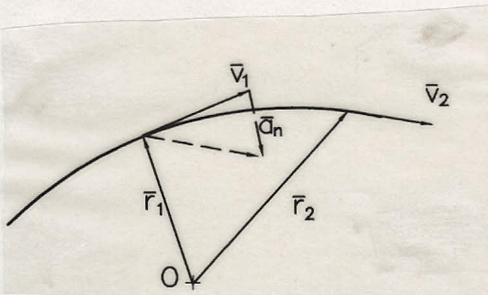

Fig. 1.4

On peut résoudre également le problème inverse : trouver $\bar{v}(t)$ et $\bar{r}(t)$ en connaissant l'accélération $\bar{a} = \bar{a}(t)$. Il s'avère que pour obtenir une solution univoque de ce problème, la seule relation $\bar{a}(t)$ ne suffit pas, il faut encore connaître ce qu'on appelle les conditions initiales et plus précisément, la vitesse $\bar{v}_o$ et le rayon vecteur $\bar{r}_o$ du point à un certain instant initial t=0. Par exemple, on examine le cas le plus simple, lorsqu'on cour du mouvement l'accélération du point $\bar{a}$ = constante.

L ' accroissement élémentaire de la vitesse est

$$d\bar{v} = \bar{a}dt$$

En intégrant cette expression sur le temps de t=0 à t, on trouve pour ce temps l'accroissement du vecteur vitesse

$$\Delta\bar{v} = \int_0^t \bar{a}dt = \bar{a}t \tag{1.5}$$

Mais la grandeur $\Delta\bar{v}$ n'est pas encore la vitesse $\bar{v}$ cherchée. Pour la trouver, il faut connaître la vitesse $\bar{v}$ à l'instant initial.

Donc

$$\bar{v} = \bar{v}_0 + \Delta\bar{v} \quad \text{ou}$$

$$\bar{v} = \bar{v}_0 + \bar{a}\,t \tag{1.6}$$

Le rayon vecteur $\bar{r}(t)$ d'un point se calcule d'une façon analogue.

L'accroissement élémentaire du rayon vecteur en un intervalle de temps dt est

$$d\bar{r} = \bar{v}dt \tag{1.7}$$

En intégrant cette expression compte tenu de la relation $\bar{v}(t)$ obtenue, on détermine l'accroissement du rayon vecteur pour un temps allant de t = 0 à t :

$$\Delta\bar{r} = \int_0^t \bar{v}dt = \bar{v}_0 t + \bar{a}t^2/2 \qquad (1.8)$$

Pour trouver le rayon vecteur $\bar{r}(t)$ lui-même il faut connaître encore la position du point $\bar{r}_0$ à l'instant initial. Il vient

$$\bar{r} = \bar{r}_0 + \Delta\bar{r}$$

$$\bar{r} = \bar{r}_0 + \bar{v}_0 t + \bar{a}t^2/2 \qquad (1.9)$$

Système de coordonnées cartésien. On lie invariablement au corps de référence un système d'axes Oxyz (fig. 1.5) dont les verseurs sont:

$$\bar{i}, \bar{j}, \bar{k}$$

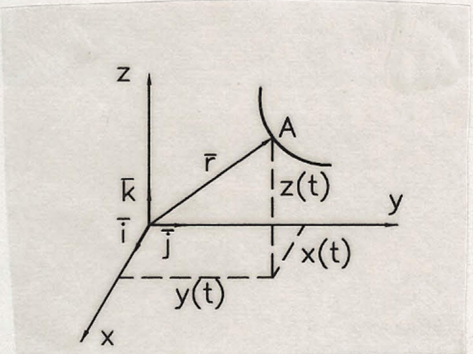

Fig. 1.5

La position du point A à l'instant t par rapport à l'origine des coordonnées est donnée, par les projections sur les axes x, y, z du rayon vecteur $\bar{r}(t)$

$$x = x(t) \quad y = y(t) \; z = z(t) \qquad (1.10)$$

$$\bar{r}(t) = x(t)\bar{i} + y(t)\bar{j} + z(t)\bar{k} \qquad (1.11)$$

Les expressions (1.10) représentent les équations du mouvement on les équations paramétriques de la trajectoire. En éliminant le temps t on obtient la forme de la trajectoire

$$f_1(x, y, z) = 0 \qquad f_2(x, y, z) = 0 \qquad (1.12)$$

En connaissant les relations entre coordonnées et le temps (1.10) c'est-à-dire loi du point, on peut trouver la position du point à chaque instant, sa vitesse et son accélération

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \dot{x} \qquad v_y = \frac{dy}{dt} = \dot{y} \qquad v_z = \frac{dz}{dt} = \dot{z} \qquad (1.13)$$

Le module de la vitesse $\bar{v}$ est égal à

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + +v_z^2} \qquad (1.14)$$

La direction du vecteur $\bar{v}$ est donnée par les cosinus directeurs d'après les formules

$$\cos(\bar{v}, \bar{i}) = v_x / v \; ; \quad \cos(\bar{v}, \bar{j}) = v_y / v \; ; \quad \cos(\bar{v}, \bar{k}) = v_z / v \qquad (1.15)$$

Les formules (1.13) montrent que les projections du vecteur vitesse sur les axes x, y, z sont égales aux dérivées premières des coordonnés par rapport au temps.

Des relations analogues s'obtiennent pour les projections de l'accélération

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} ; \quad a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2} ; \quad a_z = \frac{dv_z}{dt} = \frac{d^2z}{dt^2} \qquad (1.16)$$

Le module d'accélération vaut