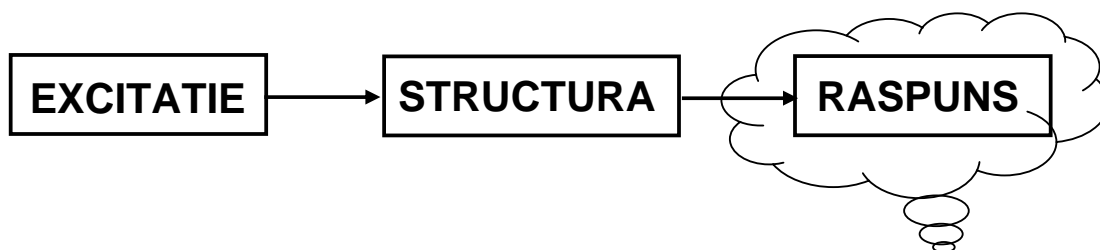


## 2. Inginerie Seismică

### 2.1. Răspunsul unui sistem cu un grad de libertate dinamică la acțiunea seismică



Evaluarea răspunsului dinamic al unei structuri la acțiunea seismică presupune:

- modelarea acțiunii seismice,
- stabilirea unui model de calcul adecvat,
- efectuarea unei analize dinamice,
- determinarea răspunsului acestuia la excitația seismică,
- interpretarea rezultatelor obținute.

Prin **răspuns seismic** se înțelege totalitatea mărimilor care definesc comportarea unei structuri în timpul oscilațiilor seismice, adică:

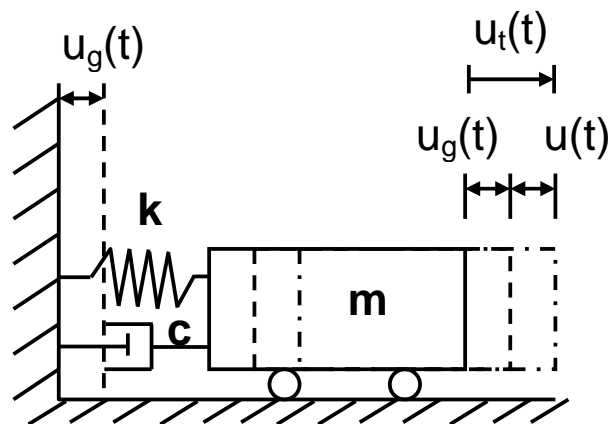
- deplasări,
- viteze,
- accelerații,
- forțe de inerție,
- forțe de amortizare,
- forțe elastice,
- tensiuni și deformații.

Modelarea acțiunilor seismice este foarte dificilă datorită caracterului aleator al fenomenului ce trebuie descris. Practic, se acceptă o anumită lege de variație a mișcării terenului de la baza de rezemare a structurii de rezistență. Această lege de variație fie corespunde unei înregistrări din timpul unui eveniment seismic (o accelerogramă), fie corespunde unei accelerograme generate artificial.

Modelul fizic corespunzător acțiunilor exterioare particulare de tip cedări de reazeme care se manifestă în timpul cutremurelor este prezentat în figura de mai jos.

Caracteristicile elastice ale structurii sunt descrise printr-un resort de rigiditate  $k$ , proprietatea de disipare de energie a structurii este reprezentată printr-un amortizor vâscos având coeficientul de amortizare  $c$ , iar caracteristica inerțială este exprimată prin masa sistemului  $m$ .

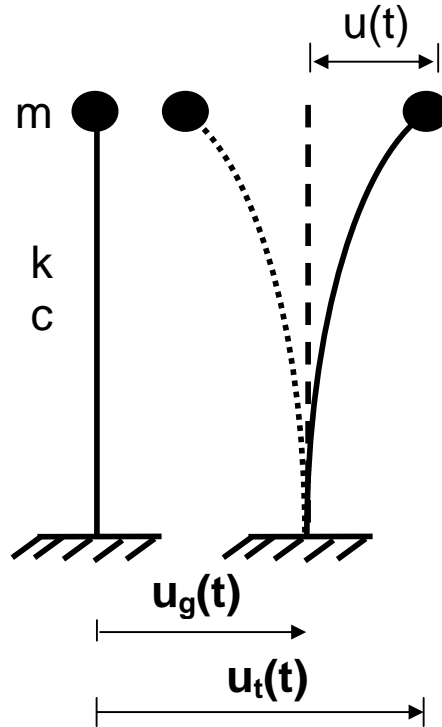
Excitația seismică este descrisă prin mișcarea bazei de rezemare după o anumită lege de variație în timp  $u_g(t)$ .



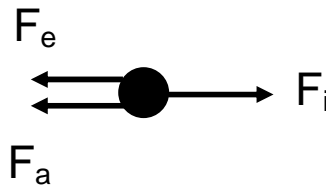
Similar, modelul dinamic pentru sisteme cu un grad de libertate dinamică (prin care pot fi modelate structuri reale din domeniul construcțiilor cum ar fi infrastructurile de poduri sau cadrele cu un singur nivel) poate fi format dintr-o bară în consolă caracterizată prin rigiditatea  $k$ , coeficientul de amortizare vâscoasă  $c$  și având în vârf o masă concentrată atașată  $m$ .

Modelul dinamic este supus acțiunii indirecte (cedare de reazem) a mișcării seismice caracterizată prin variația deplasărilor  $u_g(t)$  a bazei de rezemare.

Deci, **deplasarea totală** a masei pe direcția gradului de libertate dinamică (translația pe orizontală) în timpul oscilației seismice  $u_t(t)$  se compune din deplasarea de corp rigid a bazei de rezemare  $u_g(t)$  și deplasarea relativă a masei  $m$  prin deformarea structurii  $u(t)$ :  $u_t(t) = u_g(t) + u(t)$ .



Determinarea răspunsului seismic se obține pe baza **ecuației diferențiale pentru oscilația seismică a masei**, utilizând principiul lui d'Alembert prin care se realizează echilibrul dinamic instantaneu între forțele active și cele rezistente:



- **forța de inerție**  $F_i = -m\ddot{u}_t(t) = -m\ddot{u}_g(t) - m\ddot{u}(t)$ , ca forță activă convențională conform principiului d'Alembert;
- **forța rezistentă elastică** care se opune mișcării prin deformarea elastică  $u(t)$  și care, în domeniul elastic liniar de comportare este proporțională cu deplasarea:  $F_e(t) = ku(t)$ ;
- **forța rezistentă de amortizare** care introduce efectul disipării reale de energie printr-o forță convențională care, în ipoteza amortizării vâscoase (Newton), se consideră proporțională cu viteza relativă  $F_a(t) = c\dot{u}(t)$ .

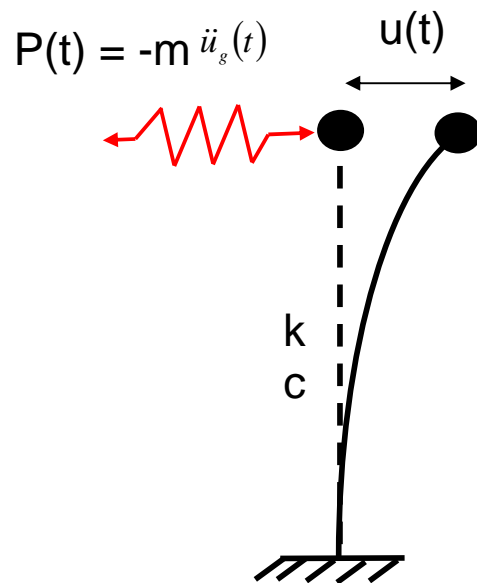
Ecuția de echilibru dinamic:  $F_e + F_a = F_i$  devine:

$$ku(t) + c\dot{u}(t) = -m\ddot{u}_g(t) - m\ddot{u}(t),$$

care, ordonată după necunoscuta  $u(t)$ , are forma:

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + ku(t) = -m\ddot{u}_g(t).$$

(Reamintim că în ecuația de mai sus  $u_g(t)$  este accelerația mișcării din excitația seismică la baza de rezemare a construcției, presupusă cunoscută, variația ei fiind dată de accelerograma înregistrată sau acceptată ca bază de calcul.)



Ecuția diferențială de mai sus este identică cu ecuația oscilației unui sistem cu un grad de libertate dinamică cu baza fixă, supus la o acțiune dinamică ce acționează direct asupra masei:  $P(t) = -m\ddot{u}_g(t)$

Împărțind ecuația oscilației seismice la masa  $m$  și ținând cont de relațiile stabilite în cadrul cursurilor anterioare se obține forma:

$$\ddot{y}(t) + 2\xi\omega\dot{y}(t) + \omega^2 y(t) = -\ddot{u}_g(t)$$

Din punct de vedere matematic ecuația este o ecuație diferențială de ordinul 2, completă, cu coeficienți constanți, neomogenă, cu membru drept variind aleator care nu poate fi exprimat printr-o funcție integrabilă.

Pentru acest tip de ecuații diferențiale soluția se obține prin intermediul **integralei de convoluție Duhamel**, ca rezultat al suprapunerilor răspunsurilor libere la un moment dat ( $t$ ), produs de acțiunea unor impulsuri elementare  $\ddot{u}_g(\tau)d\tau$ , împărțind intervalul de timp ( $0-t$ ) în intervale infinitezimale  $d\tau$ .

**Răspunsul seismic instantaneu** istoric (biografic, time history) în **deplasări relative** va fi:

$$u(t) = -\frac{1}{\omega^*} \int_0^t \ddot{u}_g(\tau) e^{-\xi\omega^*(t-\tau)} \sin \omega^*(t-\tau) d\tau$$

unde  $\omega^* = \omega\sqrt{1-\xi^2}$  este pulsația proprie a structurii pentru vibrația liberă amortizată.

Prin derivare se obține **răspunsul în viteze relative**:

$$\dot{u}(t) = -\int_0^t \ddot{u}_g(\tau) e^{-\xi\omega(t-\tau)} [\cos \omega^*(t-\tau) - \xi^* \sin \omega^*(t-\tau)] d\tau$$

unde s-a făcut notația  $\xi^* = \xi/\sqrt{1-\xi^2}$

**Accelerația absolută instantanee** este:

$$u_t(t) = \ddot{u}_g(t) + \ddot{u}(t) = -2\xi\omega\dot{y}(t) - \omega^2 y(t)$$

în care, dacă se introduc expresiile vitezei și a deplasărilor, se obține răspunsul seismic în accelerații absolute instantanee:

$$u_t(t) = \ddot{u}_g(t) + \ddot{u}(t) = \omega^* \int_0^t \ddot{u}_g(\tau) e^{-\xi\omega(t-\tau)} \left[ (1-\xi^{*2}) \sin \omega^*(t-\tau) + 2\xi^* \cos \omega^*(t-\tau) \right] d\tau$$

Se constată că expresia accelerației absolute în cazul acțiunii indirecte cu  $u_g(t)$  este identică cu accelerația absolută în cazul acțiunii directe cu  $P(t) = -m\ddot{u}_g(t)$ , cele două cazuri de încărcare fiind echivalente.

Pentru structuri curențe, cu fracțiunea din amortizarea critică  $\xi < 0,2$  se poate aproxima  $\omega^* \cong \omega$ ,  $\xi^* \cong \xi$  și deci se poate neglija termenul al doilea din ecuațiile de mai sus, obținându-se astfel expresiile răspunsului utilizate în calculul practic:

$$u(t) = -\frac{1}{\omega} \int_0^t \ddot{u}_g(\tau) e^{-\xi\omega(t-\tau)} \sin \omega(t-\tau) d\tau$$

$$\dot{u}(t) = -\int_0^t \ddot{u}_g(\tau) e^{-\xi\omega(t-\tau)} \cos\omega(t-\tau) d\tau$$

$$\ddot{u}_i(t) = \omega \int_0^t \ddot{u}_g(\tau) e^{-\xi\omega(t-\tau)} \sin\omega(t-\tau) d\tau = -\omega^2 u(t)$$

Determinarea răspunsului pe timpul istoric al evenimentului seismic pe baza expresiilor anterioare în care intervin integrale de tip Duhamel, datorită variației aleatoare a accelerogramei la baza construcției se poate face prin rezolvarea directă a ecuațiilor cu ajutorul procedurilor de integrare numerică: procedeul diferențelor centrale, Newmark, Wilson (vezi Cursul 6).

Expresiile răspunsului instantaneu în deplasări relative, viteze relative, accelerații absolute și acțiuni seismice ca forțe de inerție aplicate pe structură  $S = ma(t)$  arată că răspunsul seismic al sistemului cu un grad de libertate depinde de două tipuri de parametrii:

- caracteristicile cutremurului ca: magnitudinea, adâncimea focarului, distanța la epicentru, natura straturilor geologice prin care se propagă undele, caracteristicile geotehnice ale terenului de fundare din amplasament;
- caracteristicile elastice și dinamice ale structurii prin pulsația proprie  $\omega$  și prin fracțiunea din amortizarea critică  $\xi$ .

Aplicarea expresiilor răspunsului instantaneu trebuie făcută pentru:

- fiecare construcție individualizată prin pulsație sau perioadă proprie de vibrație și fracțiunea din amortizarea critică;
- fiecare cutremur care a avut loc, cu manifestare unică prin accelerograma înregistrată.

Această metodă de calcul oferă informații importante privind comportarea construcțiilor la cutremure pentru care avem înregistrată accelerograma sau, în

cazul încercărilor pe platforme seismice, pentru accelerograme propuse, acceptate.

Dezavantajele aplicării acestei metode pentru fiecare caz în parte pot fi evitate plecând de la ideea că pentru calculele de rezistență nu ne interesează evoluția în timp a răspunsului, ci ne interesează **valorile maxime ale răspunsului seismic** numite **valori spectrale**.

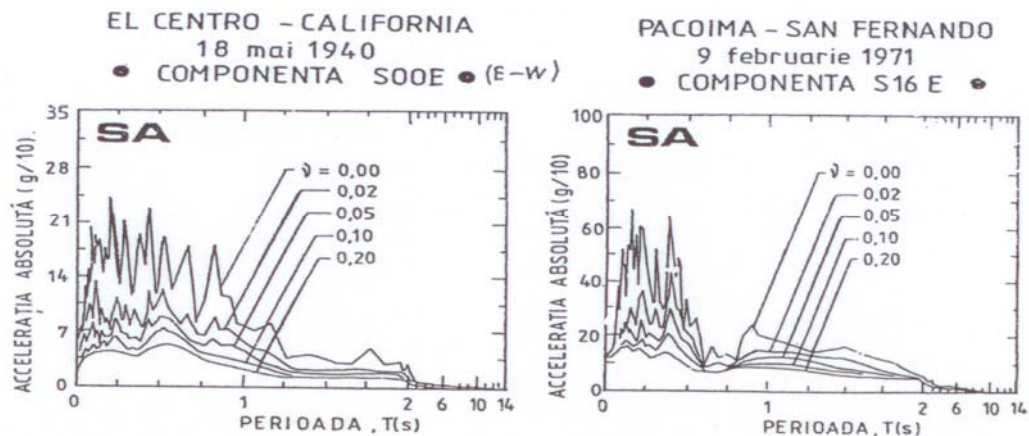
## 2.2. Spectre de răspuns elastice

Valorile maxime ale răspunsului seismic, indiferent de mărimea la care ne referim (deplasări relative maxime, viteze relative maxime, accelerații absolute maxime, forțe de inerție maxime etc.), depind de **accelerograma înregistrată sau generată artificial** și de **caracteristicile elastice și dinamice ale structurii**.

Se ajunge astfel la o **metodă generală unitară de calcul, valabilă pentru orice structură în orice amplasament, pentru un anumit cutremur de proiectare** acceptat, definit prin **accelerația maximă** care se înregistrează la nivelul fundației,  $a_g$ .

Această metodă se numește **metoda spectrelor de răspuns** sau **metoda curbelor spectrale**.

Practic, pentru o anumită accelerogramă, pentru diverse valori ale perioadei proprii de vibrație ale structurii (situate în intervalul (0 – 4,0) s pentru structurile de rezistență utilizate în construcții) și pentru o anumită fracțiune din amortizarea critică, se obține un **set de valori maxime** numit **spectru seismic de răspuns**, reprezentat sub forma unei curbe numită **curbă spectrală**.



Prin **spectru seismic de răspuns** se înțelege **variația valorilor maxime pentru**

- **deplasări relative ( $S_D$ ),**
- **viteze relative ( $S_V$ ),**
- **acclerații absolute ( $S_A$ )**

**în funcție de perioada proprie de vibrație a structurii și fracțiunea din amortizarea critică pentru un cutremur dat, specific amplasamentului prin accelerograma înregistrată.**

Deci spectrele seismice de răspuns se obțin ca **valori maxime ale expresiilor răspunsului instantaneu:**

- spectrul deplasărilor relative:  $S_D = |u(t)|_{\max}$
- spectrul vitezelor relative:  $S_V = |\dot{u}(t)|_{\max}$
- spectrul acclerațiilor absolute:  $S_A = |\ddot{u}_t(t)|_{\max}$

Cunoașterea spectrelor de răspuns este esențială pentru a descrie **efectele maxime** (deplasări, forțe, eforturi) ale unui cutremur asupra oricărei structuri independent de istoria mișcării  $u_g(t)$ .

În prezent spectrele de răspuns se pot determina riguros pe baza expresiilor lor, utilizând programe specializate de calcul automat în care datele de intrare corespund accelerogramei înregistrate descrisă numeric.

Se pot determina spectre de răspuns și prin măsurători experimentale în laborator pe grupuri de oscilatori cu perioada cuprinsă între (0 – 3) s.

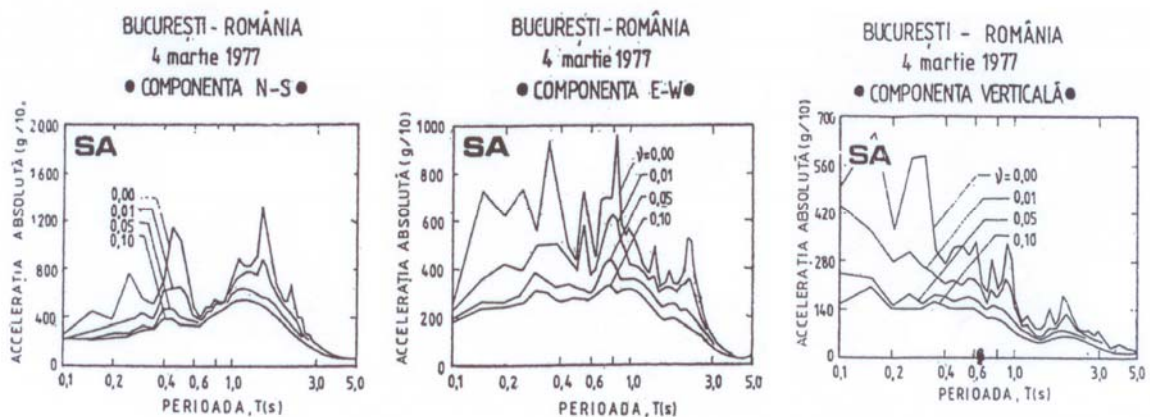
Spectrele seismice elastice de răspuns depind calitativ și cantitativ de următorii parametri:

- **parametrii mișcării seismice din amplasament** prin *accelerogramă* (intensitatea șocului seismic – magnitudine, distanța la epicentru, caracteristicile geologice, geotehnice și dinamice ale mediilor prin care se propagă undele sesimice și ale straturilor și depozitelor superficiale din amplasament, mecanismul de faliere și adâncimea focarului);
- **parametrii dinamici proprii ai structurii** prin *perioada proprie de vibrație ( $T$ ) și fracțiunea din amortizarea critică ( $\xi$ ).*



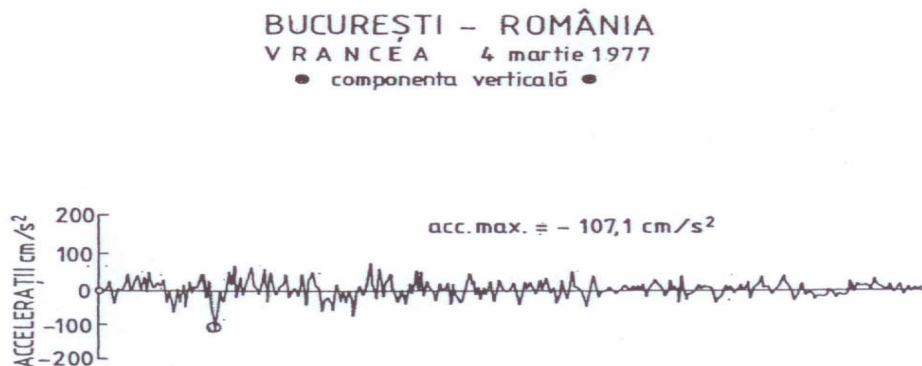
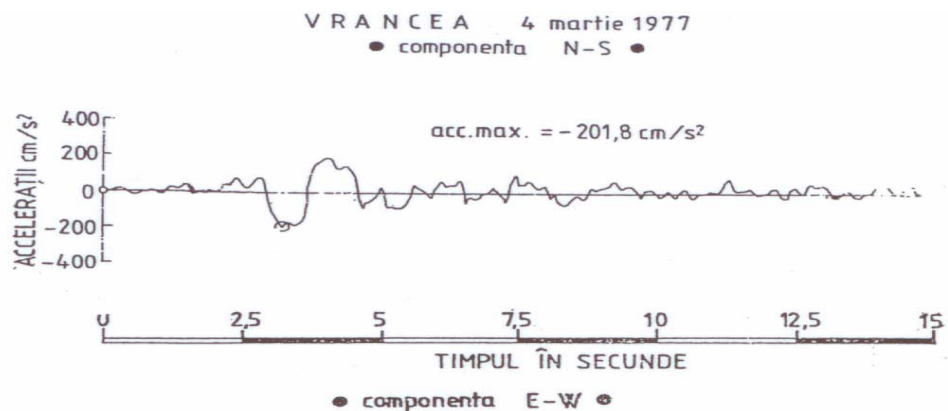
Din analiza spectrelor de răspuns rezultă următoarele constatări:

- În cazul **vibrațiilor fără amortizare**, curbele spectrale prezintă **variații bruște**, și deci, oscilațiile structurilor diferă sensibil la diferențe mici ale perioadelor. **Prezența amortizării**, chiar redusă ca valoare, produce o **reducere importantă a răspunsului maxim** (pentru  $\xi = 0,02$  valorile spectrale se reduc aproape la jumătate) și o aplatizare a curbelor reducând variațiile bruște. **Reducerea răspunsului crește cu amortizarea.**
- Spectrele de răspuns arată **amplificarea caracteristicilor mișcării** (deplasări, viteze, accelerații) **față de cele maxime ale excitației** (mișcarea seismică la baza construcției):
  - $S_A = (2 \sim 4)a_0$  unde  $a_0$  accelerația maximă la baza fundației
  - $S_V = (1,5 \sim 3)v_0$  unde  $v_0$  viteza maximă a oscilației la bază
  - $S_D = (1 \sim 2)u_0$  unde  $u_0$  deplasarea maximă la bază
- Spectrele de răspuns pun în evidență **perioadele predominante** la care spectrele prezintă vârfuri, valori maxime, și deci indică, în funcție de perioada proprie de vibrație, **structurile cu răspuns defavorabil** (maxim) și cele cu **răspuns favorabil** (minim, adică structurile care nu au perioadă proprie apropiată de perioada predominantă a spectrului).
- Valorile spectrale **cresc cu magnitudinea și scad cu creșterea distanței la epicentru**



Spectrele de răspuns pentru direcțiile N-S, E-V și verticală pentru cutremurul cu focarul în Vrancea ( $M=7,4$  din 4 martie 1977)

Prin compararea spectrelor pe direcții diferite se constată că ele prezintă **valori maxime pentru perioade diferite.**



Prelucrarea accelerogramelor înregistrate în stația INCERC - București.

Spectrele de răspuns determinate pentru diverse cutremure în același amplasament sau amplasamente apropiate, chiar dacă sunt asemănătoare ca formă, diferă între ele prin **perioadele predominante ( $T$ )** la care spectrele prezintă vârfuri cu valori maxime și minime.

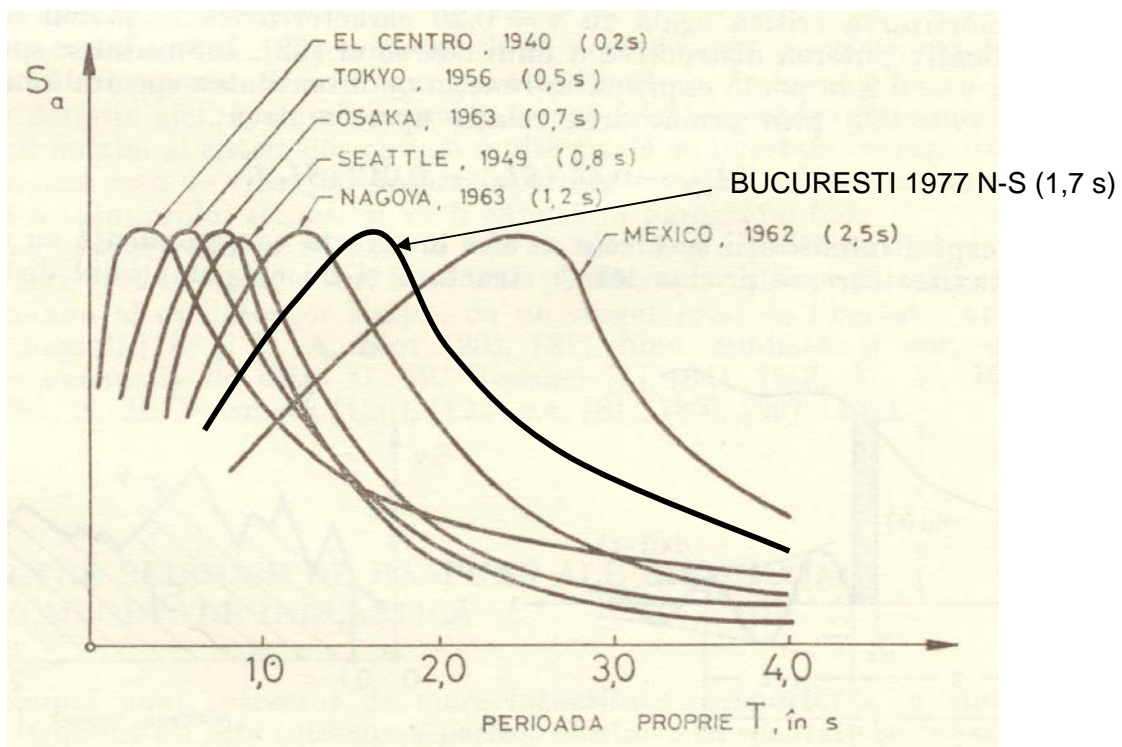
### 2.3. Spectre elastice de proiectare

Spectrele de răspuns determinate pentru un singur cutremur corespunzător la o anumită excitație cinematică, nu pot avea aplicabilitate generală.

În calculul practic se utilizează *spectre medii de răspuns* sau *spectre de proiectare* care descriu o mișcare seismică medie care se poate produce într-o anumită zonă.

Aceste spectre se obțin prin **mediere probabilistică a spectrelor** corespunzătoare mai multor cutremure înregistrate, **normalizate la valori unice de intensitate**.

Spectrul acceleratiilor normalizat la valoarea lui maximă ilustrează afectarea cu preponderență a structurilor cu perioade proprii apropiate de perioada straturilor de suprafață.



În raport cu spectrele individuale reprezentate prin curbe foarte neregulate, **spectrele medii** au aspectul unor **curbe aplatizate**, netede, fără vârfuri ascuțite (prezintă 4 zone).

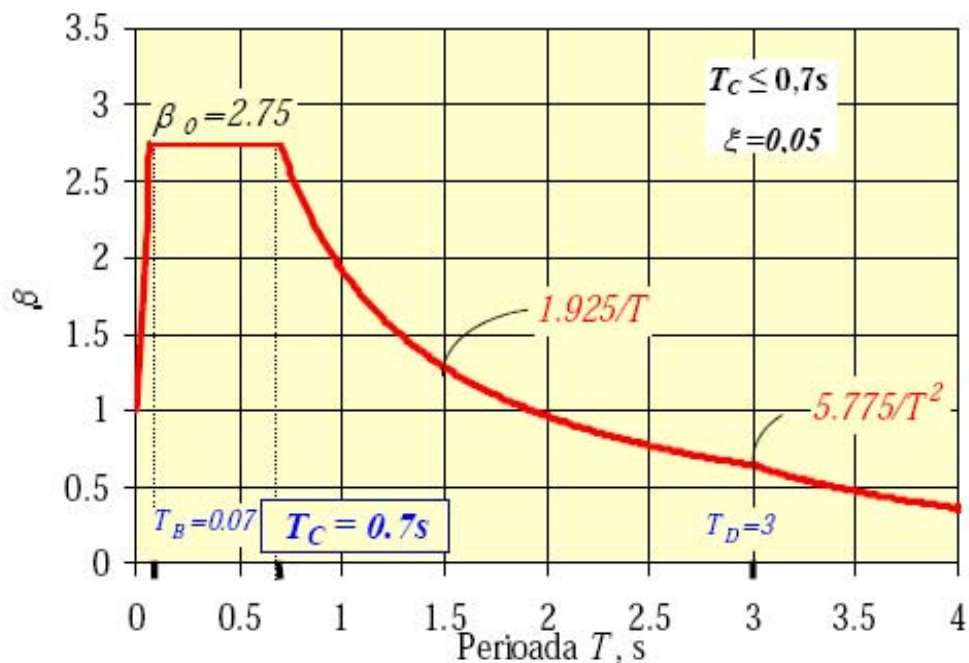
Spectrul efectiv de proiectare pentru o anumită zonă este definit ca o înfășurătoare a spectrelor elastice idealizate datorită diferențierii lor pentru diverse cutremure în funcție de magnitudine și distanța la epicentru.

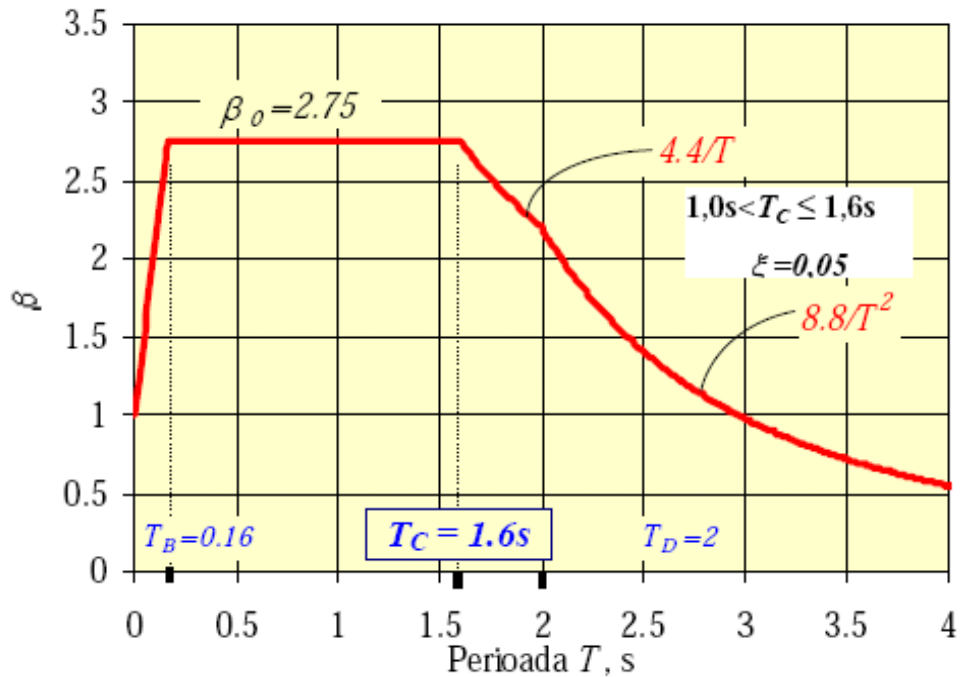
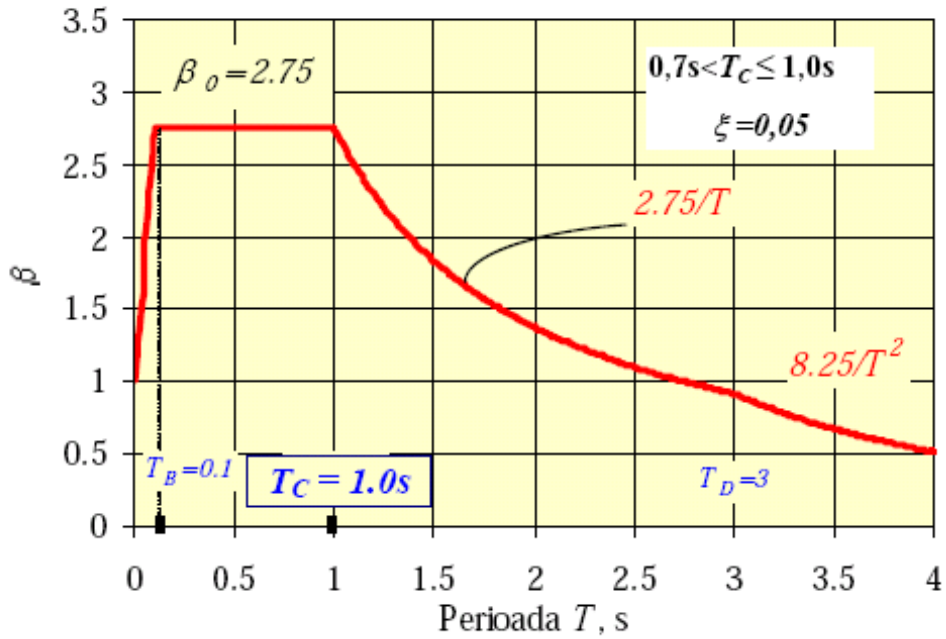
În România normativul de poduri a stabilit patru spectre elastice de proiectare pentru accelerații similare cu cele stabilite prin normele europene (EUROCODE), dar cu valori adaptate pentru țara noastră.

Orice spectru de proiectare trebuie să conțină toți parametrii de care depind acțiunile seismice:

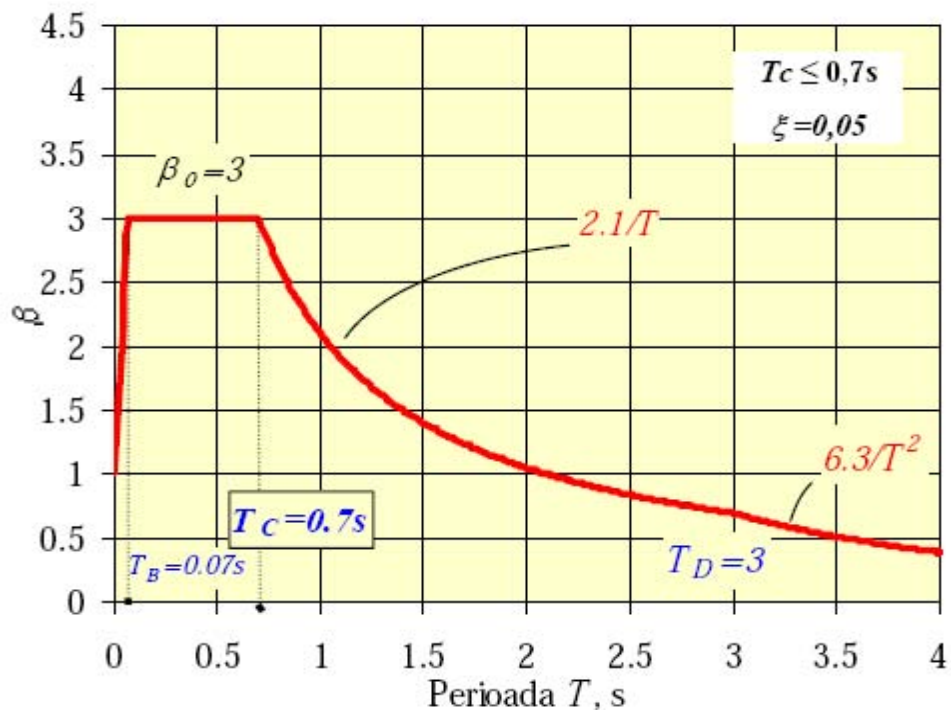
- intensitatea mișcării seismice în amplasament, prin  $k_s$ ;
- natura straturilor prin care se propagă undele seismice, prin  $T_c$ ;
- caracteristicile dinamice și elastice ale structurii, prin perioada proprie de vibrație  $T$  și fracțiunea din amortizarea critică  $\xi$ ;
- amplificarea oscilațiilor seismice datorită comportării elastice a structurii în timpul oscilației seismice, prin coeficientul de amplificare maxim  $\beta_0$ . ( $\beta_0 = S_e / a_g$ )

În continuare sunt prezentate spectrele elastice de proiectare normalizate pentru accelerații definite prin P100/2006.





Pentru surse crustale din zona Banatului este prezentat în continuare spectrul normalizat de răspuns elastic pentru accelerații pentru componentele orizontale ale mișcării terenului pentru zonele în care hazardul seismic este caracterizat de  $a_g = 0,20g$  și  $a_g = 0,16g$ .



Expresiile spectrului elastic de proiectare pentru accelerații corespunzătoare celor patru zone distincte sunt:

- pentru zona structurilor foarte rigide -  $0 < T < T_B$  :

$$S_e(T) = a_g \left[ 1 + \frac{T}{T_B} (\beta_0 - 1) \right] = a_g \beta(T);$$

- zona în care se admite că accelerațiile sunt constante -  $T_B < T < T_C$  :

$$S_e(T) = a_g \beta_0 = a_g \beta(T);$$

- zona în care se admite că accelerațiile variază după o hiperbolă (vitezele sunt constante) -  $T_C < T < T_D$  :

$$S_e(T) = a_g \beta_0 \frac{T_C}{T} = a_g \beta(T);$$

- zona în care se admite că accelerațiile variază după o hiperbolă (deplasările sunt constante) -  $T_D < T$  :

$$S_e(T) = a_g \beta_0 \frac{T_C T_D}{T^2} = a_g \beta(T).$$

Pentru acțiuni seismice din oscilații verticale, spectrul de răspuns elastic pe verticală,  $S_{ve}(T)$ , se determină în funcție de perioadele de control (colț) pentru componenta verticală  $T_{Bv}$ ;  $T_{Cv}$ ;  $T_{Dv}$  după cum urmează:

$$S_{ve}(T) = a_{vg} \beta_v(T),$$

unde  $a_{vg} = 0,7a_g$  - valoarea de vârf a accelerației pentru componenta verticală a mișcării terenului;

$\beta_v(T)$  - spectrul normalizat de răspuns elastic pentru componenta verticală, pentru fracțiunea din amortizarea critică  $\xi = 0,05$ .

Expresiile matematice ce definesc spectrul normalizat de răspuns elastic pe verticală pentru cele patru intervale descrise de perioadele de control sunt:

- pentru zona structurilor foarte rigide -  $0 < T < T_{Bv}$  :

$$\beta_v(T) = 1 + \frac{T}{T_{Bv}} (\beta_{0v} - 1);$$

- zona în care se admite că accelerațiile sunt constante -  $T_{Bv} < T < T_{Cv}$  :

$$\beta_v(T) = \beta_{0v};$$

- zona în care se admite că accelerațiile variază după o hiperbolă (vitezele sunt constante) -  $T_{Cv} < T < T_{Dv}$  :

$$\beta_v(T) = \beta_{0v} \frac{T_{Cv}}{T};$$

- zona în care se admite că accelerațiile variază după o hiperbolă (deplasările sunt constante) -  $T_{Dv} < T$  :

$$\beta_v(T) = \beta_{0v} \frac{T_{Cv} T_{Dv}}{T^2}.$$

unde  $\beta_{0v} = 3,0$  - factorul de amplificare dinamică maximă a accelerației verticale a mișcării terenului pentru structură;

$$T_{Bv} = 0,1 T_{Cv};$$

$$T_{Cv} = 0,45 T_c;$$

$$T_{Dv} = T_D.$$

### **Observații:**

1. În cazul în care structura care trebuie proiectată sau verificată prezintă altă valoare a fracțiunii din amortizarea critică decât cea convențională  $\xi_0 = 0,05$ ,

spectrul de răspuns elastic pentru componentele accelerației terenului corespunzător fracțiunii din amortizarea critică  $\xi \neq \xi_0 = 0,05$  se evaluează cu expresia:

$$S_e(T)_{\xi \neq 0,05} = \eta S_e(T)_{\xi = 0,05}$$

unde  $\eta = \sqrt{\frac{10}{5 + \xi}} \geq 0,55$  - este factorul de corecție ce ține cont de amortizarea reală a structurii.

Spectrul de răspuns elastic pentru deplasări pentru componente horizontale ale mișcării terenului,  $S_{De}(T)$ , exprimat în m, se obține prin transformarea directă a spectrelor de răspuns elastic pentru accelerații  $S_e(T)$ , utilizând următoarea relație:

$$S_{De}(T) = S_e(T) \left[ \frac{T}{2\pi} \right]^2$$

2. În general structurile de rezistență au capacitatea de a disipa o parte din energia acumulată în structură în timpul evenimentelor seismice prin apariția solicitărilor și deformațiilor remanente post-elastice.

Acest fapt duce la scăderea nivelului forțelor de inerție ce se mobilizează în realitate în raport cu cele evaluate în ipoteza structurilor cu comportare elastică.

Pentru a ține seama de acest fapt și a nu supradimensiona structurile de rezistență, se pot folosi spectre de proiectare pentru structurile cu comportare inelastică. Spectrele de proiectare pentru structurile cu comportare inelastică ( $S_d(T)$ ) sunt obținute prin introducerea unui factor de comportare  $q$  în expresia spectrelor de proiectare pentru structurile cu comportare elastică.

- pentru zona structurilor foarte rigide -  $0 < T < T_B$  :

$$S_d(T) = a_g \left[ 1 + \frac{\beta_0 - 1}{T_B} T \right]$$

- pentru zona  $T > T_B$  :  $S_d(T) = a_g \frac{\beta(T)}{q}$ .



Acest factor  $q$  are diverse valori, în funcție de tipul structurii de rezistență analizată, de materialul din care este alcătuită aceasta, de elementul constructiv analizat (vezi P100/2006).

La poduri factorul de comportare  $q$  este limitat la 1,0 în general deoarece nu se admit avarii grave prin deformații post-elastice pentru că **podurile nu au elemente nestructurale** ci numai elemente de rezistență.

Test de autoevaluare nr. 3

Răspundeți pe caietul de seminar la următoarele întrebări:

1. Ce înțelegeți prin răspuns seismic al unei structuri.
2. Schițați modelul fizic al unui sistem cu 1 gld supus acțiunilor seismice.
3. Care este ecuația de mișcare pentru un sistem cu 1 gld.
4. Descrieți metoda spectrelor de răspuns.
5. Definiți noțiunea de spectru de răspuns.
6. Care sunt parametrii ce influențează spectrele de răspuns.
7. Ce reiese din studierea spectrelor de răspuns.
8. Schițați spectre de răspuns pentru diferite valori ale fracțiunii din amortizarea critică.
9. Definiți noțiunea de spectru de proiectare.
10. Ce parametri influențează definirea unui spectru de proiectare.
11. Care sunt zonele de variație care descriu un spectru de proiectare.