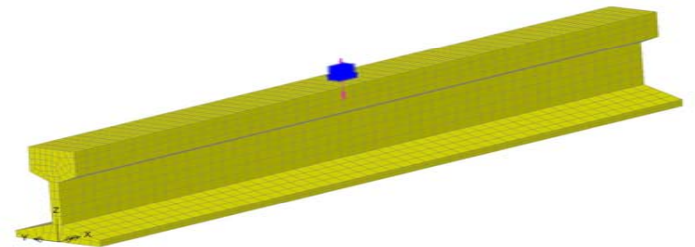
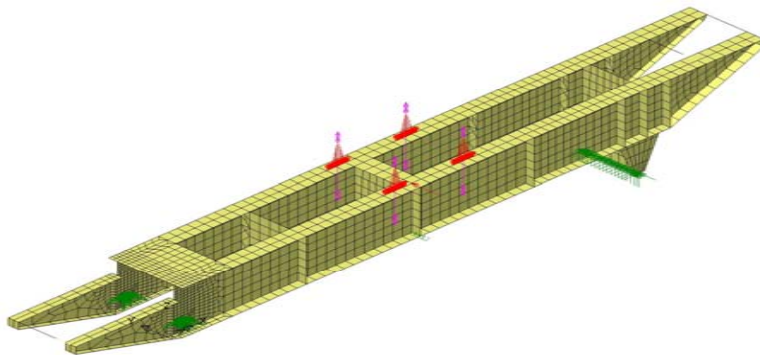
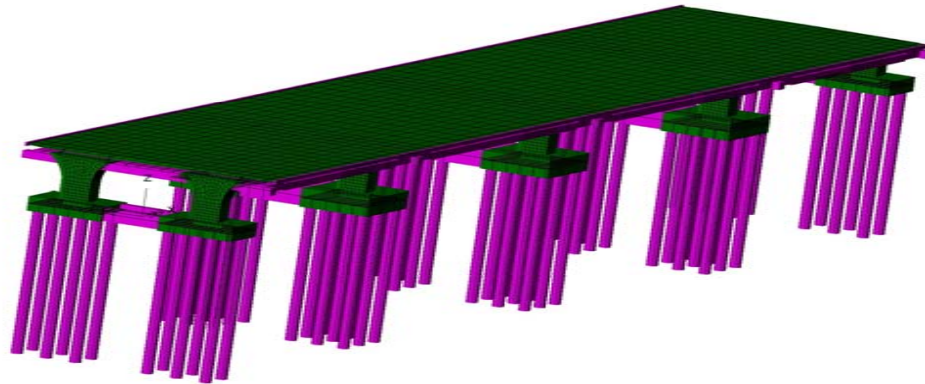


Recomandări privind modelarea cu Elemente Finite

Modele cu Elemente Finite



Reguli generale privind modelarea cu Elemente Finite

1. Utilizați cel mai simplu tip de element finit care credeți că poate modela comportarea structurii analizate,
 2. Nu utilizați niciodată elemente finite complexe sau specializate cât timp nu sunteți siguri de modul în care acestea au fost formulate,
 3. Pentru început utilizați un model discret grosier care va asigura cu o bună aproximare reprezentarea comportării de ansamblu a modelului fizic,
 4. Concluzie în trei cuvinte: **cât mai simplu.**
- În procesul iterativ de proiectare, modelul simplu conceput inițial va fi modificat și îmbunătățit pentru a include atât modificările aduse proiectului cât și unele detalii care inițial au fost neglijate
 - Nu există nici un argument de a utiliza încă de la începutul proiectării structurii un model discret complex care, nu va supraviețui procesului iterativ de proiectare
 - Utilizarea unui model mai rafinat apare în momentul în care s-a ajuns la o formă definitivă a structurii analizate și care poate fi îmbunătățită pe baza rezultatelor numerice oferite de analize pe modele mai complexe

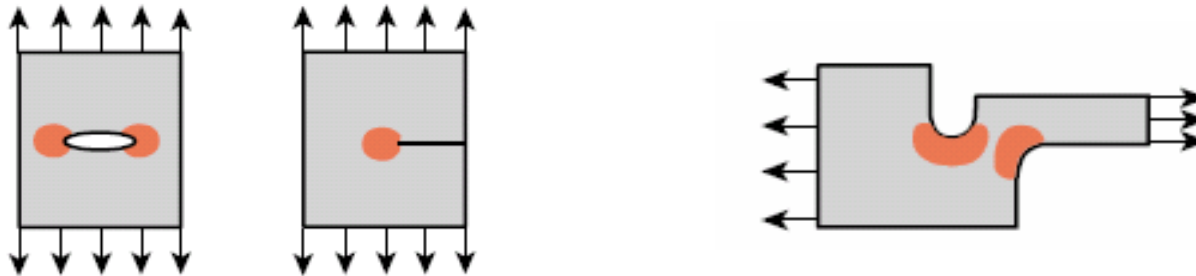
Reguli generale privind construirea modelului discret cu EF

a) Îndesirea discretizării

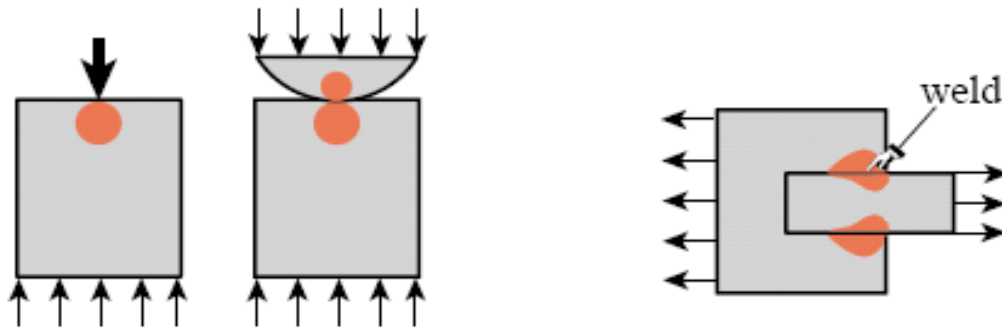
Se recomandă utilizarea unei **discretizări mai grosieră** în zonele în care se așteaptă ca variația tensiunilor sau a deformațiilor specifice să fie mai lentă și utilizarea unei **discretizări mai fine** în zonele în care variația tensiunilor sau deformațiilor să fie mai rapidă.

Zone în care pot apare variații rapide a tensiunilor sau deformațiilor și care solicită utilizarea unei discretizări mai rafinate:

1. În apropierea colțurilor intrânde sau a marginilor curbe cu curbură pronunțată. Sunt zone cu potențial de apariție a unor concentratori de tensiuni



2. În vecinătatea forțelor concentrate, a reacțiilor concentrate și a punctelor de contact sau de legătură dintre două corpuri

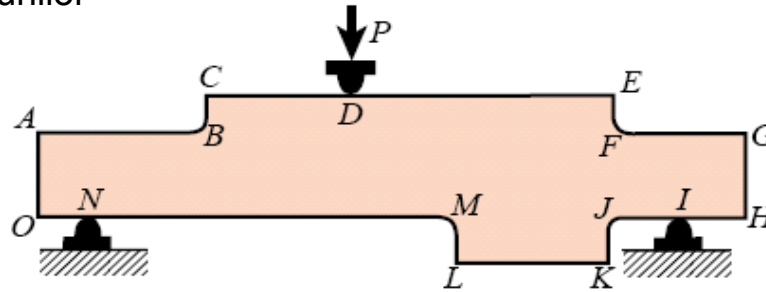


3. În interiorul structurii la schimbarea bruscă a grosimilor, a caracteristicilor elastice ale materialelor sau a secțiunii transversale



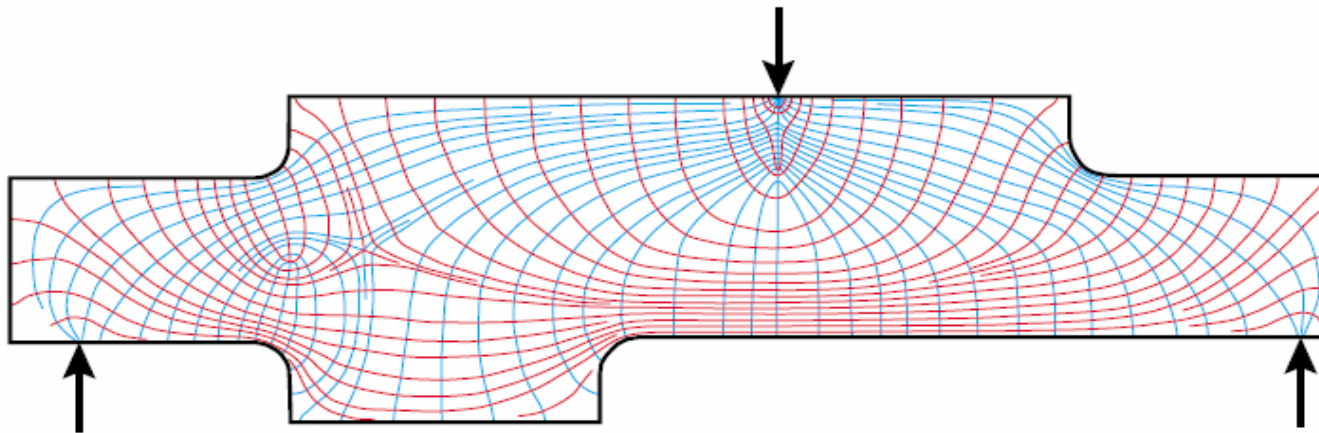
Exemplu privind selectarea zonelor care necesită o discretizare mai fină.

Structura tip placă este încărcată și se deformează în planul desenului. Încărcarea aplicată în D și rezemările din N și I sunt considerate concentrate. Identifică zonele în care este posibil să apară concentrări de tensiuni și care solicită o discretizare locală mai fină pentru a modela mai exact variația rapidă a tensiunilor



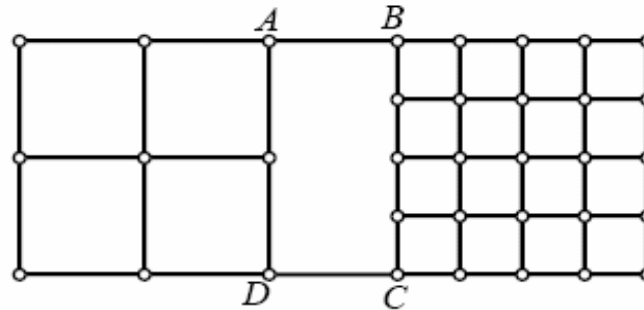
Răspuns: Colțurile intrânde: B,F,J,M și vecinătatea forțelor concentrate: N, D, I

Justificarea se poate face cu ajutorul traiectoriilor tensiunilor principale SIG 1 și SIG 2. Acestea se grupează și sunt mai dense în zonele de concentrare a tensiunilor

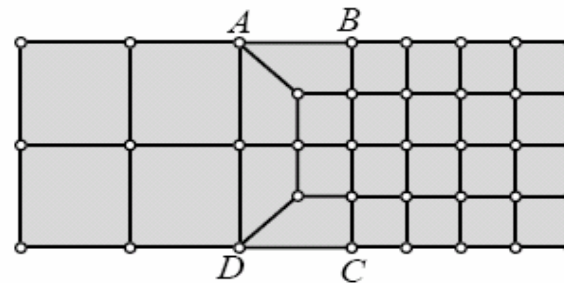
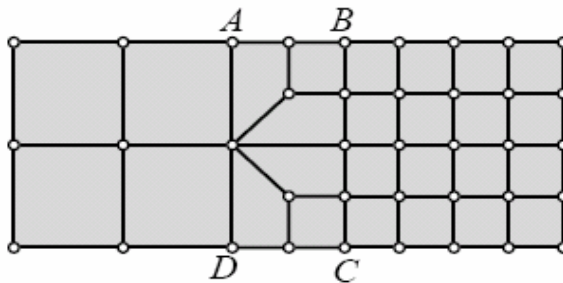


Exemplu privind generarea unei discretizări de tranziție între zone cu rețele diferite de EF

Două regiuni sunt discretizate cu rețele regulate diferite de EF. Zona ABCD urmează să facă legătura dintre cele două rețele – zonă de tranziție. Realizați o discretizare corectă de tip tranziție utilizând numai elemente de formă patrulater oarecare cu 4 noduri.



Raspuns: Vezi posibilele variante de mai jos.



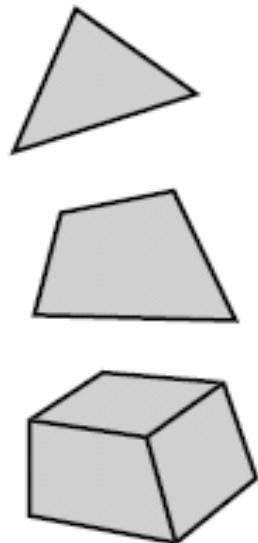
b) Raportul laturilor. Aspectul Elementelor Finite

La realizarea rețelelor 2D sau 3D de elemente finite se vor evita discretizările care conduc la elementele finite pentru care raportul între latura cea mai lungă și latura cea mai scurtă este mare și conduce la elemente alungite.

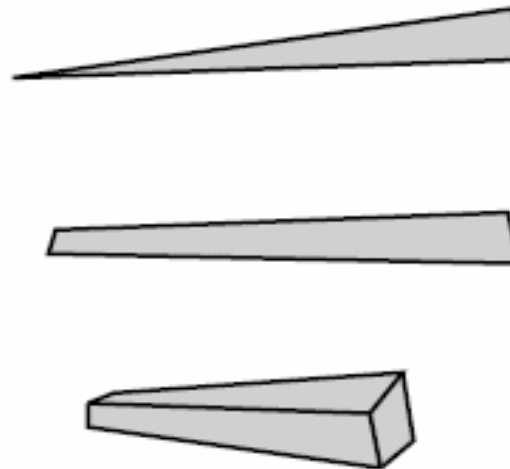
Aceste elemente finite nu produc neapărat rezultate incorecte, acestea depinzând în mare măsură de condițiile de rezemare și de încărcare, dar reprezintă surse potențiale de probleme numerice.

Ca regulă generală: elementele finite la care raportul laturilor este mai mare ca 3 pot fi considerate ca surse de posibile erori, iar cele la care acest raport depășește 5-6 constituie un semnal de alarmă serios și rețeaua trebuie reanalizată.

EF cu aspect bun



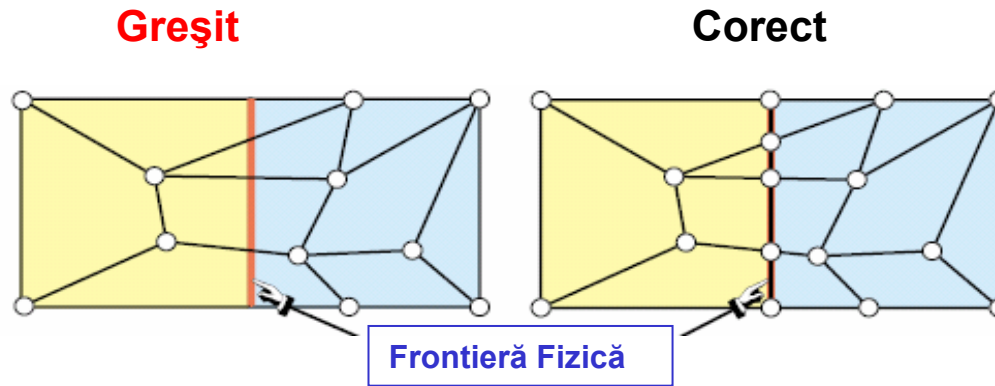
EF ce trebuie evitate



c) Tratarea frontierelor fizice din interiorul structurii

Frontierelor fizice rezultă ca urmare a utilizării mai multor materiale, a schimbării grosimilor, a modificării secțiunii transversale sau a schimbării condițiilor de încărcare sau de rezemare.

Regulă strictă: un Element Finit nu va traversa o frontieră fizică a structurii



d) Forme geometrice recomandate pentru EF

În modele **2D** cu EF, la același aranjament al nodurilor, elementele de formă **patrulater** sunt de preferat celor de formă triunghiulară. EF de formă triunghiulară sunt convenabile la generarea rețelelor de tranziție, în jurul colțurilor sau a golurilor.

În modele **3D** cu EF, elementele de formă hexaedru sunt de preferat celor de formă pentaedrică sau tetraedrică. Principala problemă a elementelor penta și tetraedrică constă în faptul că deși deplasările structurii modelate cu aceste elemente sunt destul de corecte, tensiunile rezultate pot fi eronate.

e) Tratarea încărcărilor distribuite

În analiza structurală forțele care acționează structura sunt forțe concentrate sau distribuite pe o suprafață sau într-un volum.

Forțe distribuite pe suprafață (F/L^2): presiunea vântului sau a apei, presiunea produsă de zăpadă, forțe de antrenare aerodinamică, convoaie de forțe mobile etc. Caz particular al forțelor pe suprafață: forțe distribuite pe o linie (F/L)

Forțe distribuite într-un volum (F/L^3): greutatea proprie, forțe de inerție, forța centrifugă, încărcări cu temperatură etc.

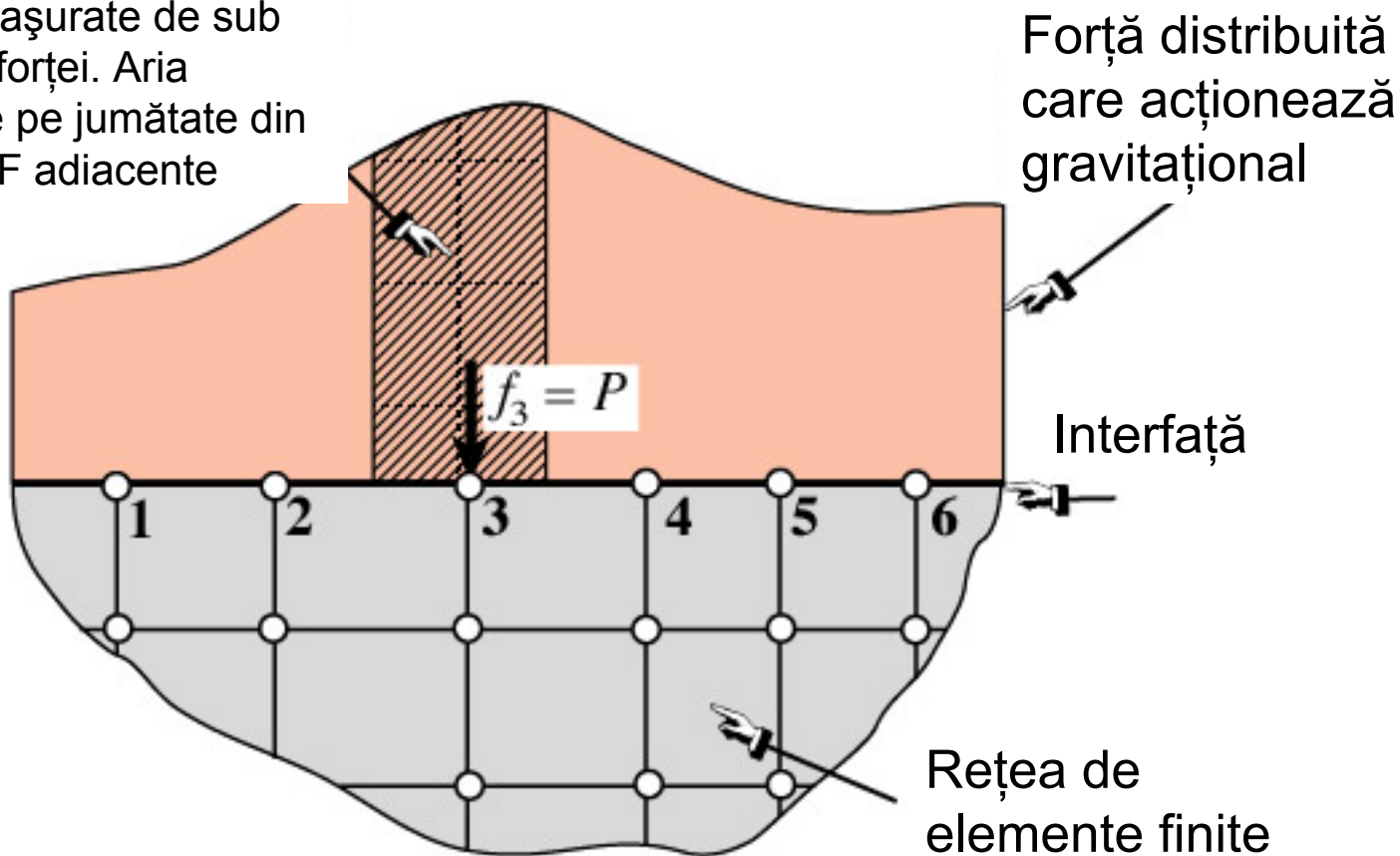
Indiferent de natura forțelor distribuite, într-o analiză prin MEF acestea trebuie convertite în **Forțe echivalente concentrate la noduri**. În ecuațiile de echilibru $\mathbf{KD} = \mathbf{P}$ forțele echivalente intervin în termenul din dreapta.

Forțele echivalente la noduri pot fi determinate:

- a) Exact utilizând principiul lucrului mecanic virtual – lucrul mecanic al forțelor distribuite trebuie să fie egal cu lucrul mecanic al forțelor echivalente
- b) Prin concentrarea directă a forțelor la noduri utilizând principii simple ingineresti. După modul de abordare există două procedee: concentrarea forțelor **nod cu nod** sau **element cu element**

Procedeu nod cu nod de concentrare a forțelor distribuite (NcN)

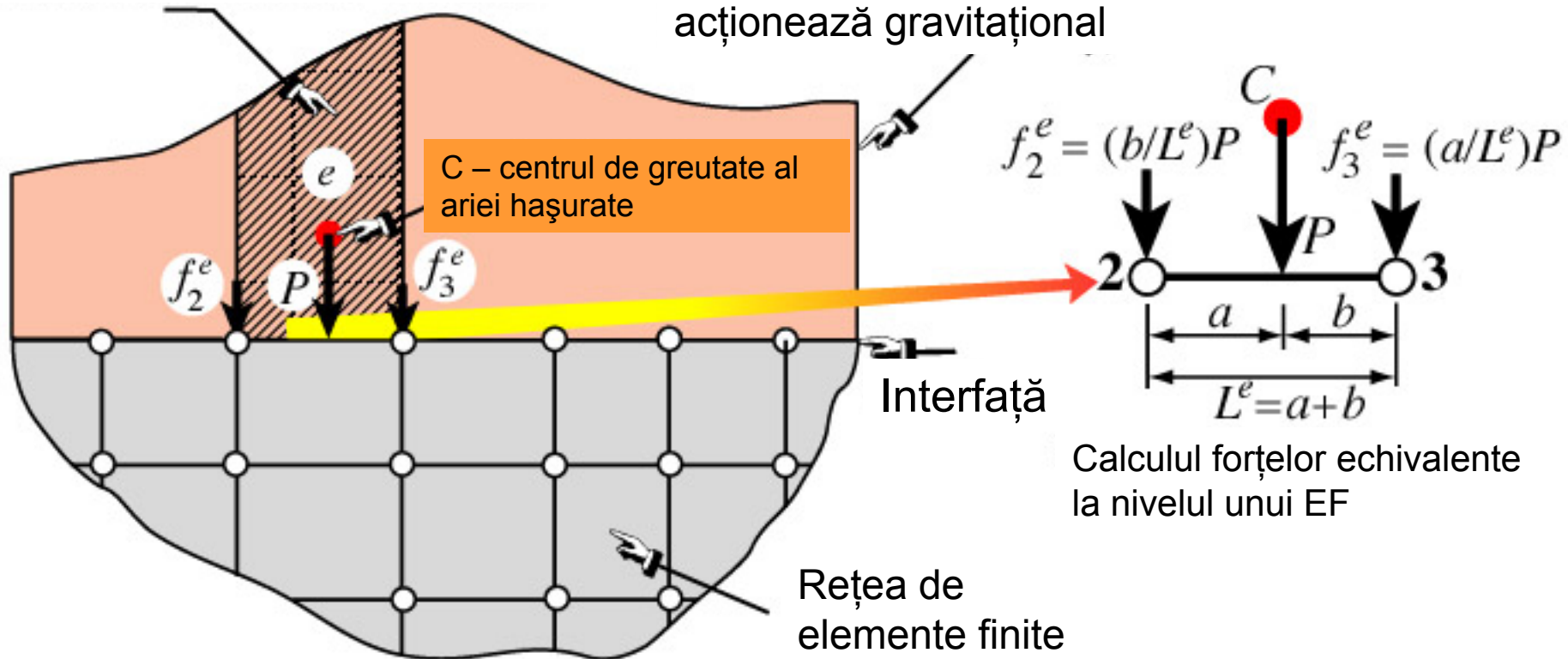
Forța nodală f_3 la nodul 3, notată P , are mărimea ariei hașurate de sub curba de variație a forței. Aria hașurată se extinde pe jumătate din lungimea laturilor EF adiacente



Procedeul element cu element de concentrare a forțelor distribuite (EcE)

Forța P are mărimea ariei hașurate situată sub curba de variație a forței și punctul de aplicație în centrul de greutate al acesteia

Forță distribuită care acționează gravitațional

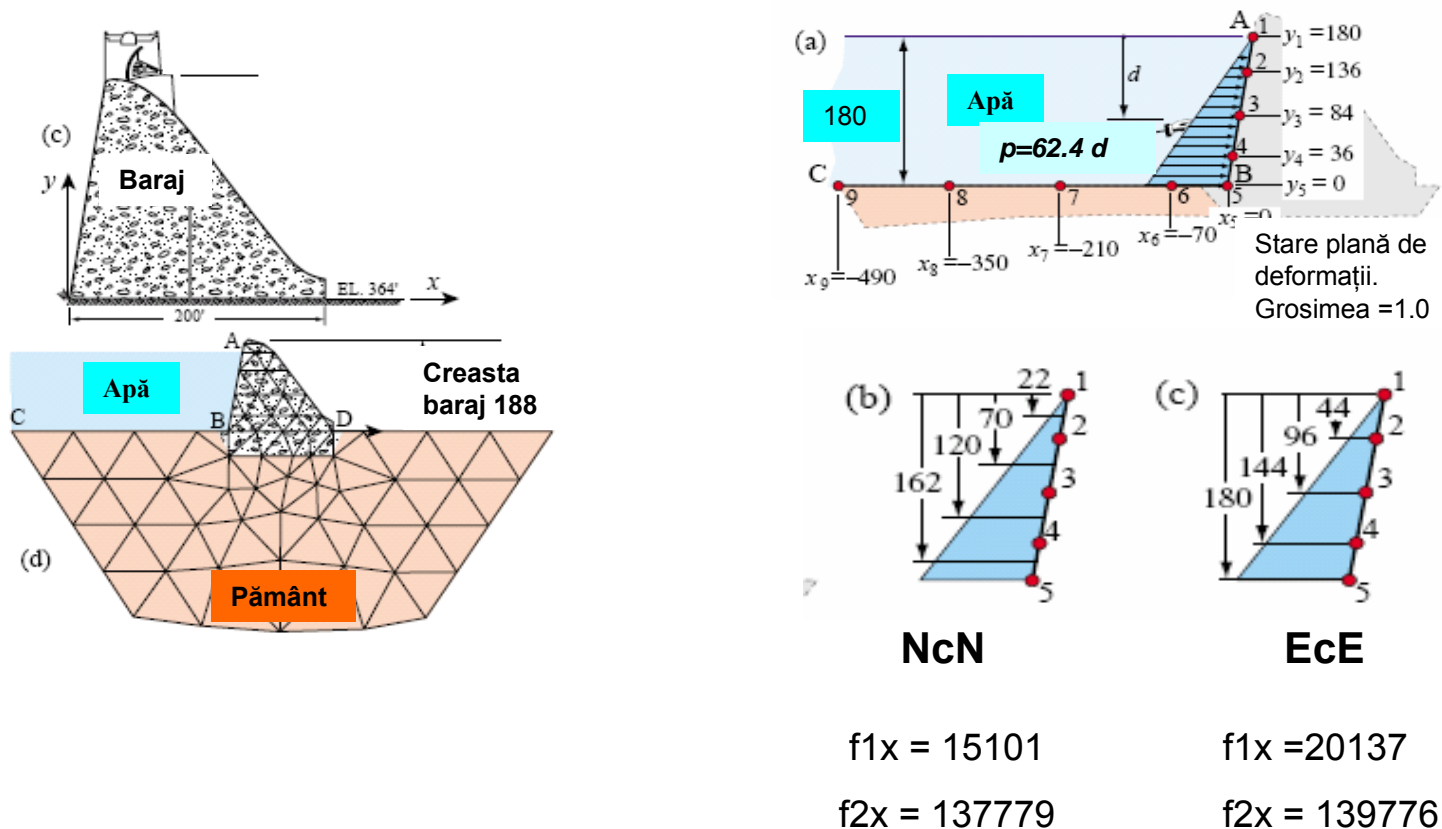


Forțele concentrate determinate pe fiecare EF sunt adunate algebric la nodurile comune, rezultând forțele echivalente la nodurile rețelei de elemente finite

Observație: Precedeul element cu element conduce la rezultate mai corecte decât procedeul nod cu nod. Pentru elemente simple cu noduri numai la colțuri, procedeul element cu element conduce la aceleși rezultate cu procedeul exact.

Procedeul **EcE** nu poate fi ușor aplicat dacă poziția centrului de greutate al ariei de sub curba de variație a forțelor nu poate fi determinat simplu pe considerente mecanice.

Exemplu – forțe echivalente la noduri determinate prin procedeele NcN și EcE



Procedeul exact de concentrare a forțelor distribuite

Procedeele NcN și EcE se aplică rețelelor cu elemente finite simple, care au noduri numai la colțuri sau extremități. Pentru EF complexe, cu noduri plasate în interiorul sau pe laturile acestora, se aplică procedeul exact ce are la bază p.l.m.v.

Fiind dată forța distribuită $q(x)$, se cere să se determine forța echivalentă f_n la nodul interior n ce are coordonata X_n . Nodurile adiacente nodului n sunt $n-1$ cu coordonata X_{n-1} și $n+1$ cu coordonata X_{n+1} . Alegând ca deplasare virtuală o funcție $W_n(x)$ care are valoare 1 în nodul n și valori 0 în nodurile $n-1$ și $n+1$, din condiția ca lucrul mecanic al forțelor echivalente să fie egal cu lucrul mecanic al forțelor distribuite rezultă valoarea forței nodale f_n

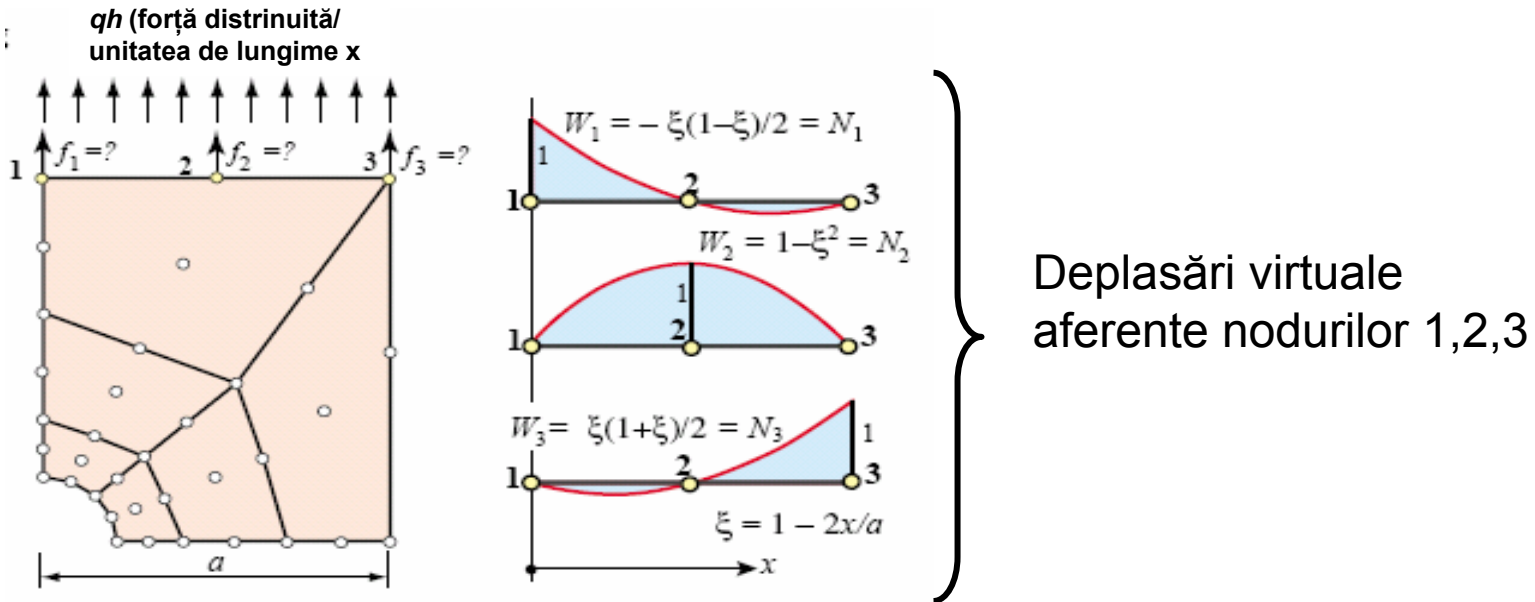
$$f_n = \int_{x_{n-1}}^{x_{n+1}} W_n(x) q(x) dx$$

Lucrul mecanic al forței echivalente

Lucrul mecanic al forțelor distribuite

Exemplu – determinarea valorilor forțelor echivalente la noduri prin procedeul exact

Se cer valorile forțelor echivalente f_1, f_2, f_3 .



Procedeele NcN și EcE conduc la rezultate identice $f_1=f_3 = \frac{1}{4} qha$ și $f_2 = \frac{1}{2} qha$.

Utilizând procedeul exact rezultă:

$$f_1 = \int_0^a W_1(x) q h dx = \int_{-1}^1 W_1(\xi) q h \frac{dx}{d\xi} d\xi = \int_{-1}^1 -\frac{1}{2}\xi(1-\xi) q h \left(\frac{1}{2}a\right) d\xi = \frac{1}{8} qha.$$

și similar: $f_2 = \frac{2}{3} qha$.

Verificare: $f_1 + f_2 + f_3 = qha$

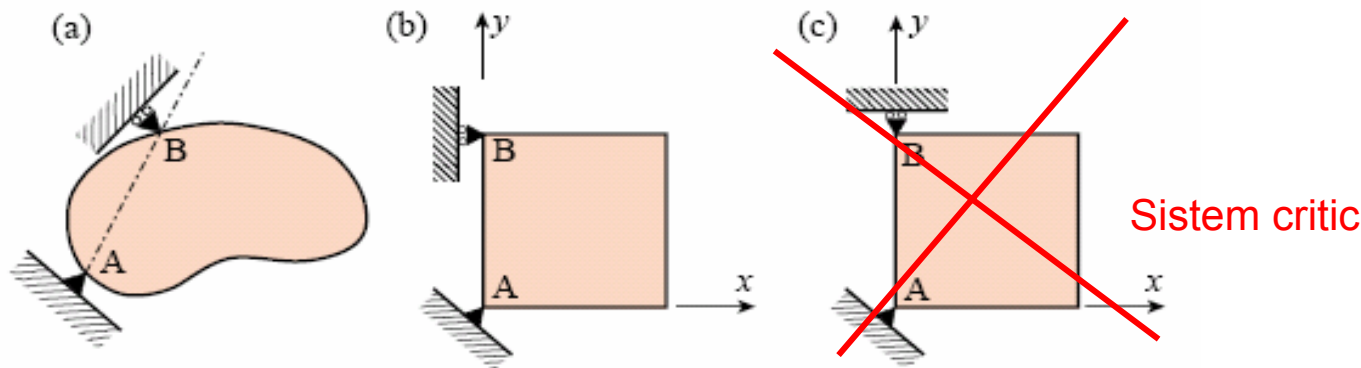
f) Tratarea condițiilor de rezemare

Prin condițiile de rezemare se asigură fixarea completă a structurii în raport cu baza de rezemare. Se împiedică astfel deplasările de corp rigid ale ansamblului structurii.

În general prin condițiile de rezemare se impun anumite valori unor grade de libertate în punctele de rezemare ale structurii. Dacă structura nu dispune de suficiente condiții de rezemare, un anumit caz de încărcare poate genera deplasări cu valoare infinită.

Condițiile minime de rezemare pentru o structură plană (2D)

Indiferent de distribuția forțelor exterioare, condițiile de rezemare trebuie să anuleze două translații în raport cu două axe din planul structurii (x, y) și o rotație în raport cu axa normală pe planul structurii (axa z).



Numărul minim de condiții de rezemare = 3.

Soluții:

-3 rezeme simple

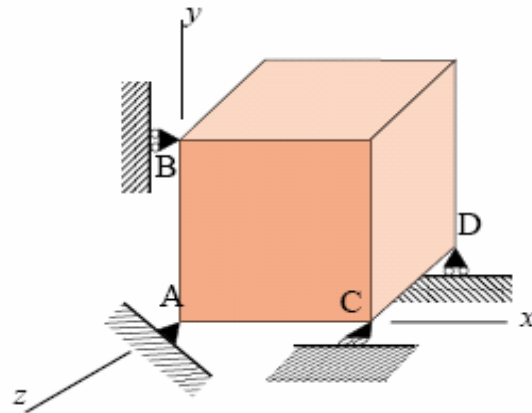
-1 reazem simplu și 1 reazem articulat

-1 reazem încastrat

Condițiile minime de rezemare pentru o structură în spațiu (3D)

Indiferent de distribuția forțelor exterioare, numărul minim al condițiilor de rezemare este șase și trebuie să anuleze trei translații în raport cu trei axe (x, y, z) și trei rotiri în raport cu celeași axe.

Pentru fixarea structurii sunt disponibile numeroase combinații de reazeme care asigură că deplasările de corp rigid ale structurii sunt împiedicate. Un posibil exemplu – vezi figura de mai jos, unde s-a utilizat un reazem articulat sferic care blochează în punctul A cele 3 posibile translații ale corpului și trei reazeme simple care împiedică rotirile în raport: cu axa (z) – reazemul B, cu axa (y) – reazemul C și cu axa (x) – reazemul D.



g) Reducerea dimensiunilor modelului prin utilizarea simetriei și antisimetriei

Corp simetric: 1) geometria = simetrică

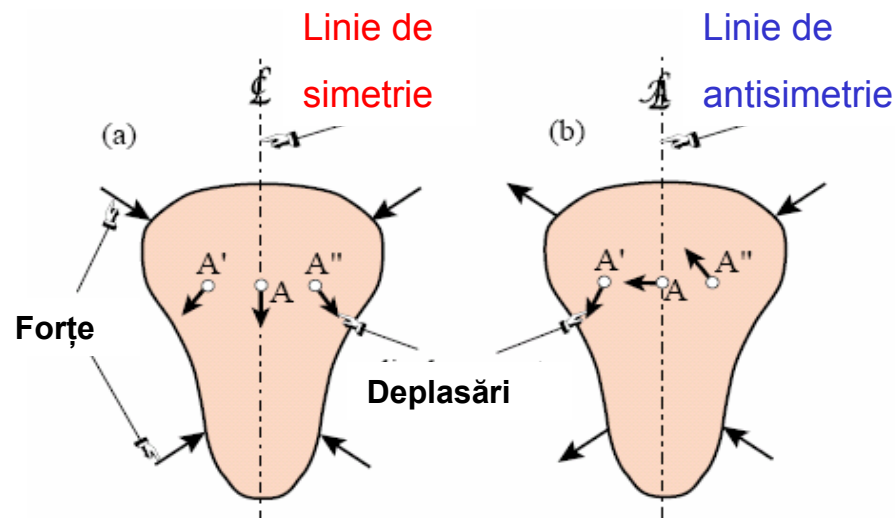
2) condiții de rezemare = simetrice

3) caracteristici elastice = simetrice

Forțe exterioare: 1) simetrice → stare de eforturi și deplasări simetrice

2) antisimetrice → stare de eforturi și deplasări antisimetrice

Structuri plane → **Simetrie / antisimetrie** în raport cu o axă (linie)



Forțe și deplasări = **simetrice**

Forțe și deplasări = **antisimetrice**

Cum se recunoaște o axă de simetrie sau de antisimetrie ????

Linia de simetrie: prin rotirea corpului cu 180° în raport cu axa de simetrie rezultă același corp cu aceleași încărcări și aceeași deformată

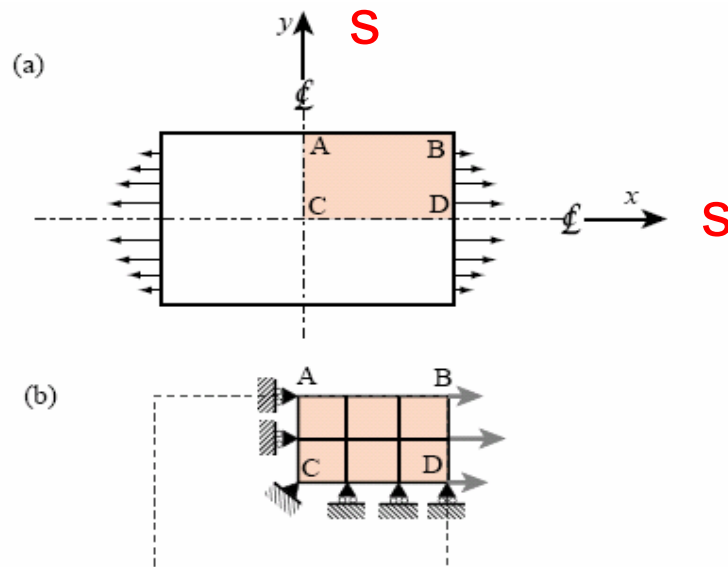
Linia de antisimetrie: prin rotirea corpului cu 180° în raport cu axa de antisimetrie rezultă același corp cu aceleași încărcări dar cu sensuri schimbate și aceeași deformată dar cu sensuri contrare

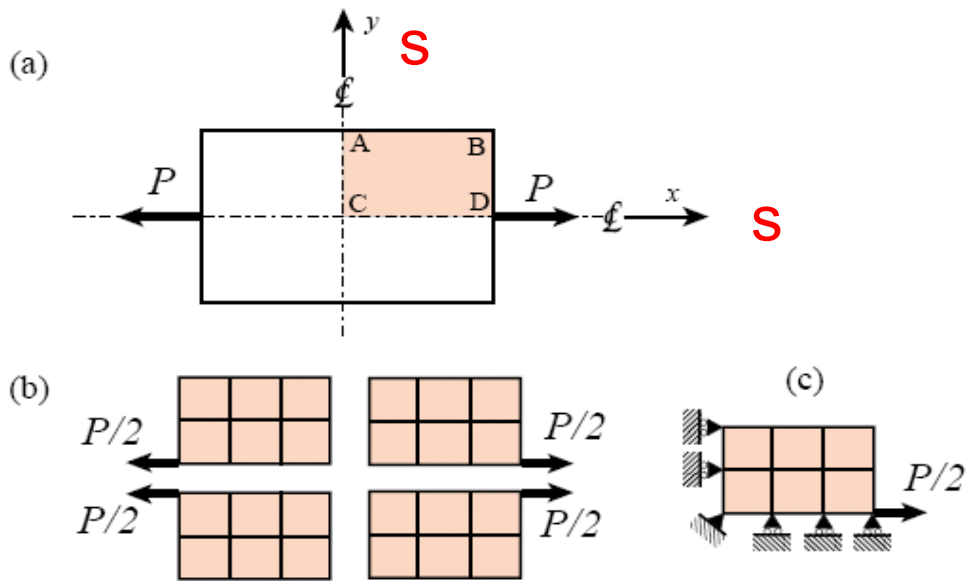
O structură simetrică poate dispune de una sau mai multe axe de simetrie sau antisimetrie.

Dacă forțele exterioare au caracter simetric sau antisimetric în raport cu axele considerate, dimensiunea modelului se poate reduce la $1/2$, $1/4$, $1/8$... din întregul model, prin introducerea unor condiții de rezemare adecvate în axele de simetrie sau antisimetrie. Aceste condiții rezultă din analiza configurațiilor deformatate ale structurii.

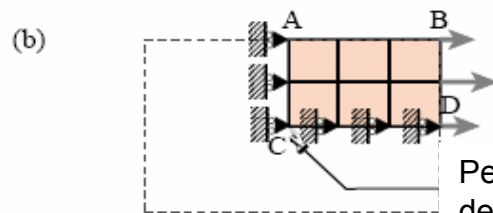
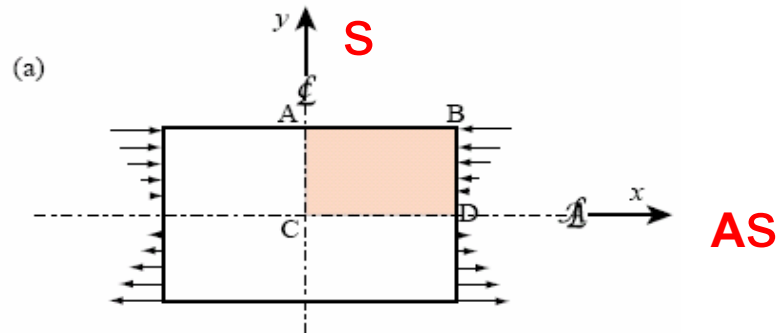
Exemple de aplicare a condițiilor de rezemare simetrice și antisimetrice

A) Corp simetric, forțe simetrice



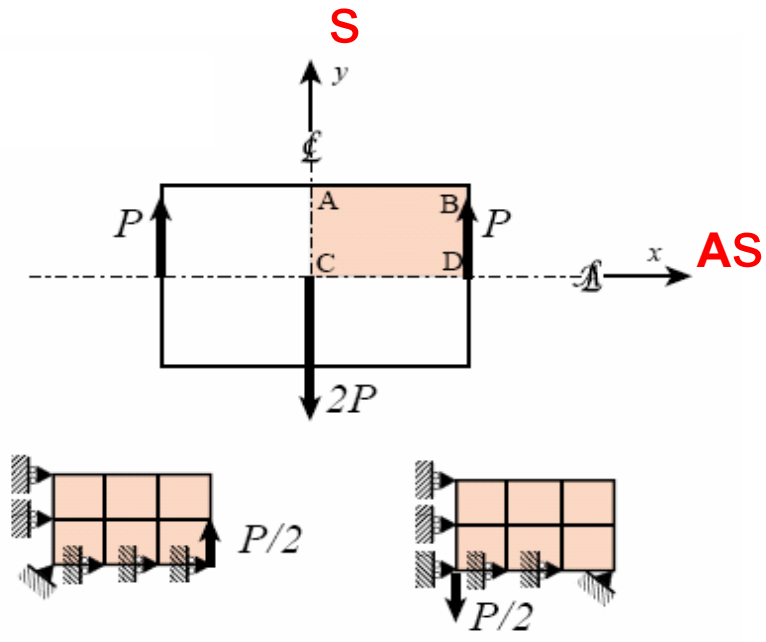


B) Corp simetric, forțe antisimetrice

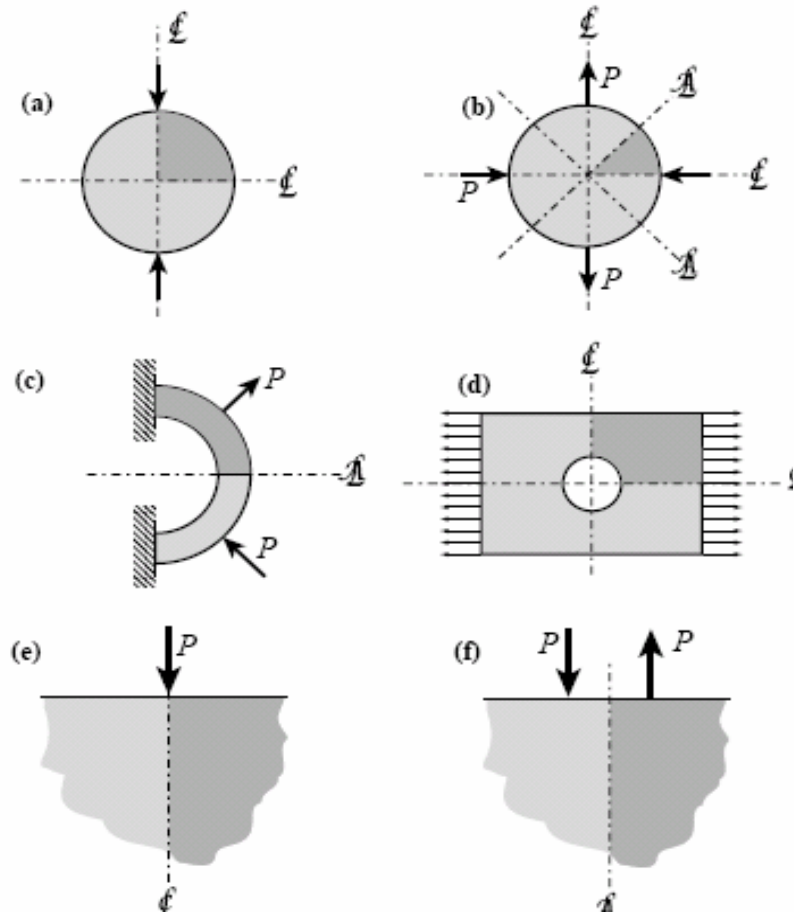


Pentru a preveni situația de sistem critic, deplasarea lui C pe direcția (y) trebuie = 0

C) Corp simetric, forțe oarecare



Alte exemple



Raspunsuri

