4. GRAFICĂ ÎN MATHCAD

GRAFICA IN MATHCAD

Reprezentarea grafica a functiilor de o variabila

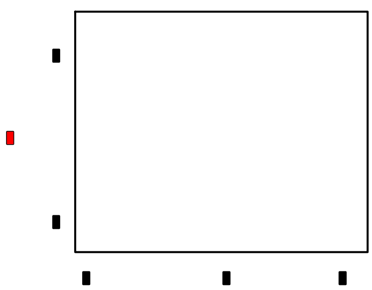
Reprezentarea grafica a unei functii folosind optiunile comenzii X-Y Plot

Pentru a intelege mai usor posibilitatile de reprezentare grafica in **Mathcad** vom incepe cu reprezentare grafica a unei functii elemetare al carui grafic este cunoscut.

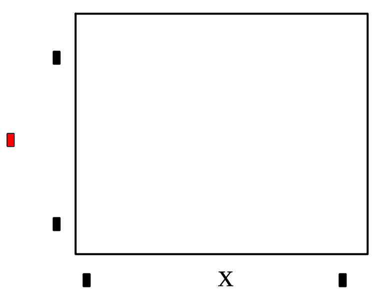
Fie functia $f(x) := \cos(x)$

Pentru reperezentarea grafica a unei functii de o variabila se parcurg urmatoarele etape:

1. Se da un clic pe ecran pentru a alege locul unde va apare reprezentarea grafica.
2. Se tasteaza @ sau se parcurge calea **Insert/Graph/X-Y Plot** si se da clic pe **X-Y Plot**. Ca urmare a acestei operatii pe ecran apare un dreptunghi ca cel de mai jos, care are in partea de jos si in partea stanga doua locuri marcate.



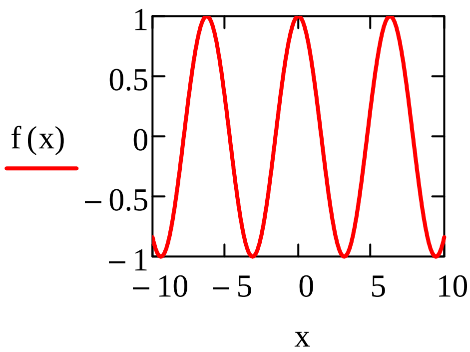
3. Se completeaza locul marcat aflat la mijlocul laturii de jos cu numele variabilei, in cazul nostru cu x.



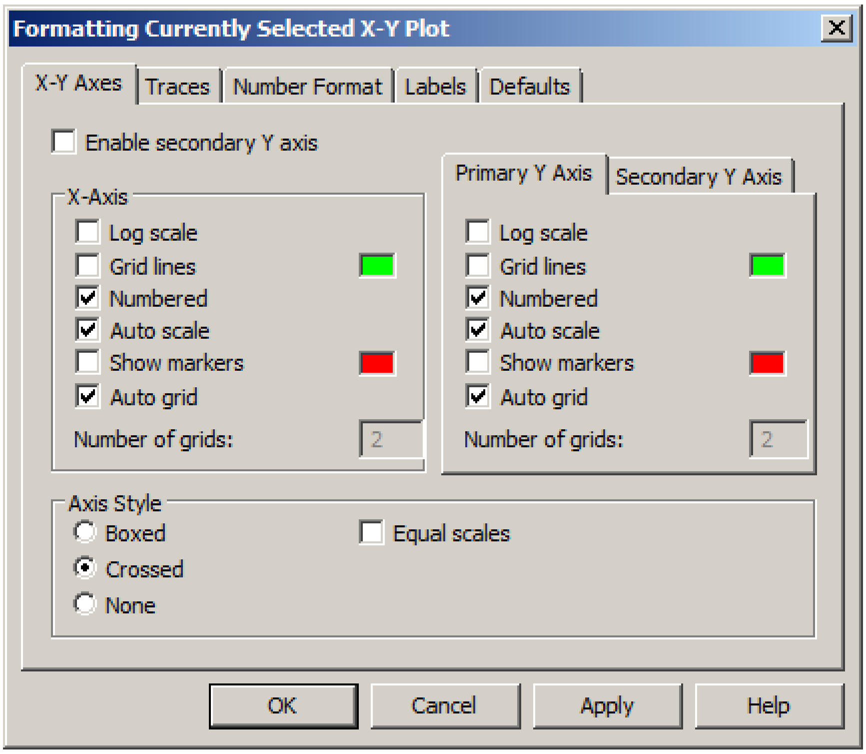
4. Cele doua locuri marcate care apar la colturile laturii de jos se completeaza cu limitele intervalului de pe axa Ox pe care se doreste reprezentarea grafica. Daca aceste locuri marcate sunt lasate necompletate programul foloseste valorile setate implicit si va **reprezenta grafic functia pe intervalul [-10, 10].**

5. Se completeaza locul marcat aflat la mijlocul laturii verticale din partea stanga cu numele functiei de reprezentat sau direct cu expresia acesteia. Locurile marcate care apar deasupra si sub numele functie vor fi completate atunci cand se cunosc valorile maxime si minime ale functiei. De regula, acestea se vor lasa necompletate. Programul va afisa aici valorile extreme ale functiei.

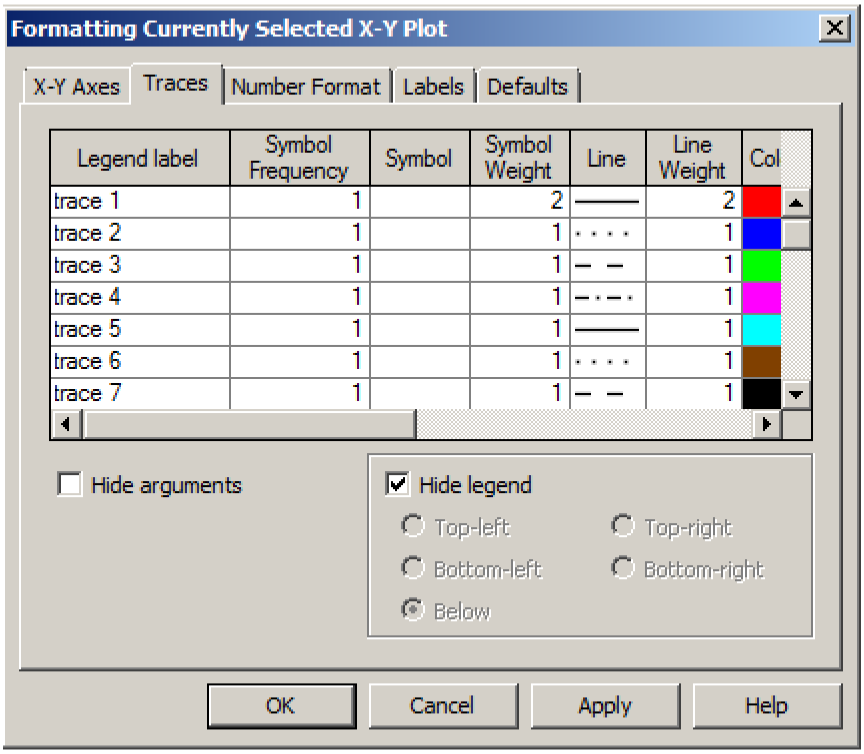
6. Pentru efectuarea reperezentarii grafice se da clic in afara zonei grafice. Programul va trasa graficul ca in figura de mai jos.



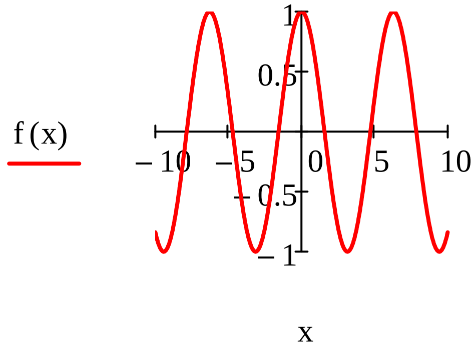
Pentru aparitia axelor de coordonate se da dublu clic pe desen si in ferestra care apare, numita **Formating Currently Selected X-Y Plot**, la rubrica **Axes style** se selecteaza **Crossed** in loc de **Boxed**.



La rubrica **Traces** se stabilesc caracteristicile curbelor care vor fi trasate. Implicit, **Mathcad** traseaza prima curba printr-o linie solida de culoare rosie de grosime 1. Putem modifica aceasta setare selectand din listele derulante alte optiuni. De exemplu, la rubrica Weight putem modifica grosimea liniei de la valoarea 1 la 2. In final, se apasa butonul **Apply**.



Dupa efectuarea celor doua modificari mentionate mai sus reprezentarea grafica capata forma

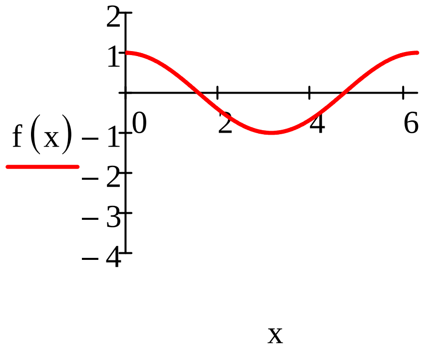


Dupa cum se vede, pentru ca nu am specificat intervalul pe care trebuie trasat graficul, programul a utilizat valorile implicite si a facut reprezentarea grafica pe intervalul [-10, 10]. De asemenea, se observa ca reprezentarea grafica s-a facut folosind unitati de masura diferite pe cele doua axe de coordonate, ceea ce duce la aparitia distorsionata a graficului.

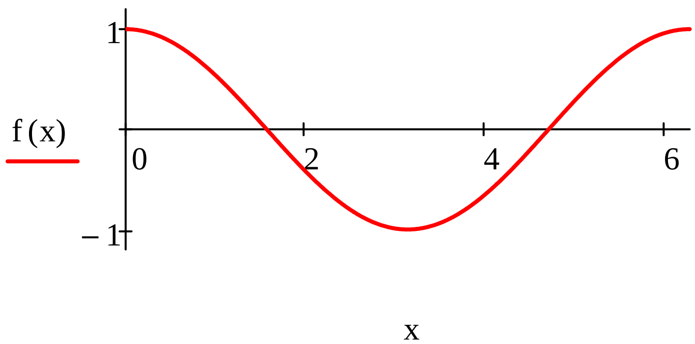
Pentru reprezentarea nedistorsionata a graficului functiei cosinus pe intervalul [0, 2π] (de lungime egala cu perioada functiei), se fac urmatoarele operatii in plus fata de cele descrise anterior:

- se completeaza locurile marcate pentru lungimea intervalului de pe axa Ox cu 0 si 2π;
- cu un dublu clic pe zona grafica se deschide fereastra **Formating Currently Selected X-Y Plot** si la rubrica **Axes style** se selecteaza **Equal Scales**;
- pentru trasarea graficului se da clic in afara zonei grafice.

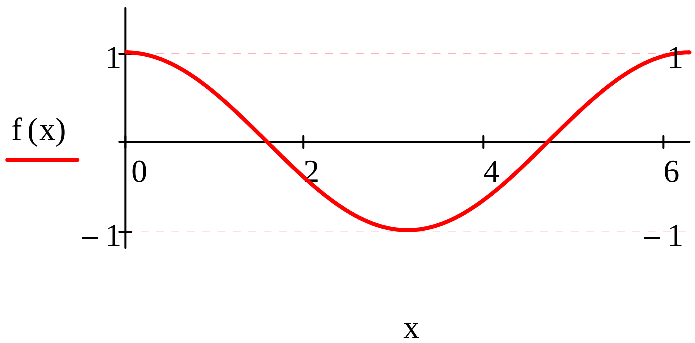
Se obtine reprezentarea grafica de mai jos



O mai buna reprezentare grafica se obtine specificand si lungimea intervalului de pe axa Oy. In cazul functiei noastre [-1.2, 1.2] (putin mai mare decat intervalul exact de reprezentare care este [-1, 1]). Aceasta optiune anuleaza insa pe aceea de **Equal Scales** si graficul apare distorsionat. Folosind posibilitatea de a redimensiona zona grafica se poate aduce graficul la forma normala.



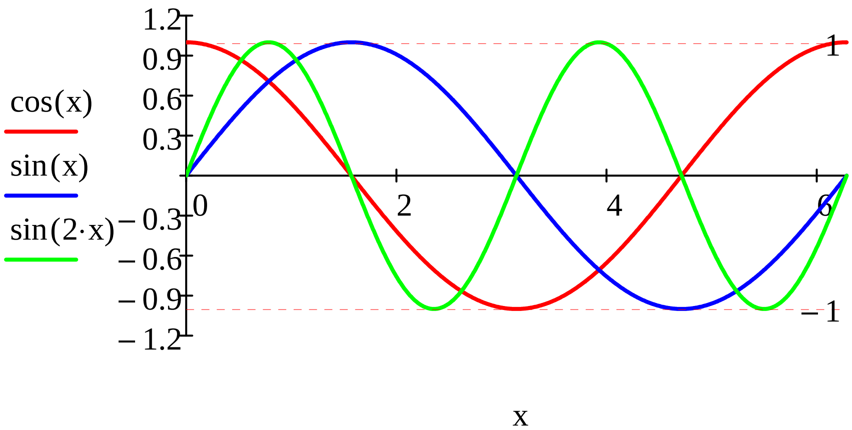
Daca se doreste delimitarea benzii in care are loc reprezentarea grafica se deschide ferestra **Formating Currently Selected X-Y** si se selecteaza **Show Markers** pentru axa Oy. Se completeaza apoi locurile marcate cu -1 si 1. Se obtine imaginea de mai jos.



Reprezentarea grafica a mai multor functii in acelasi sistem de axe

Pentru a reprezenta grafic doua (sau mai multe) functii in acelasi sistem de axe, dupa ce s-a scris numele primei functii se tasteaza **virgula** si se scrie numele urmatoarei functii.

Ca exemplu, reprezezentam grafic in acelasi sistem de axe, pe intervalul $[0, 2\pi]$ functiile cos(x), sin(x), sin(2x).



Acest tip de reprezentare este este util pentru rezolvarea grafica a ecuatiilor transcendente.

GRAFICA IN MATHCAD

Reprezentarea grafica a functiilor de o variabila

Reprezentarea grafica a unei functii de o variabila prin puncte definite de utilizator

Pentru reprezentarea grafica a unei functii de o variabila prin puncte definite de utilizator se procedeaza astfel:

1. Se defineste functia $F(x) := \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$

2. Se introduc capetele interalului [a,b] pe care se doreste reprezentarea grafica a functiei

$$a := -3 \qquad b := 3$$

3. Se defineste numarul de puncte in care se imparte intervalul [a,b]

$$n := 60$$

4. Se calculeaza si se afiseaza pasul diviziunii

$$h := \frac{b - a}{n} \qquad h = 0.1$$

Un pas convenabil reprezentarii este 0.1. Daca nu ne satisface forma graficului trebuie sa marim numarul n al punctelor necesare reprezentarii grafice.

5. Se definesc punctele diviziunii

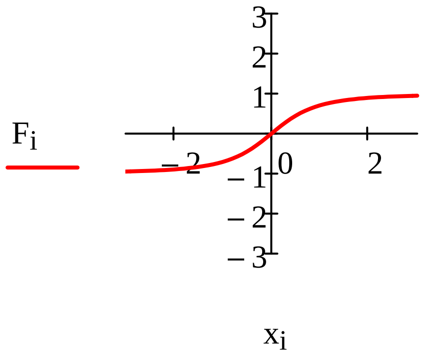
$$i := 0 .. n \qquad x_i := a + i \cdot h$$

6. Se determina vectorul care are drept componente valorile functiei in punctele x_i

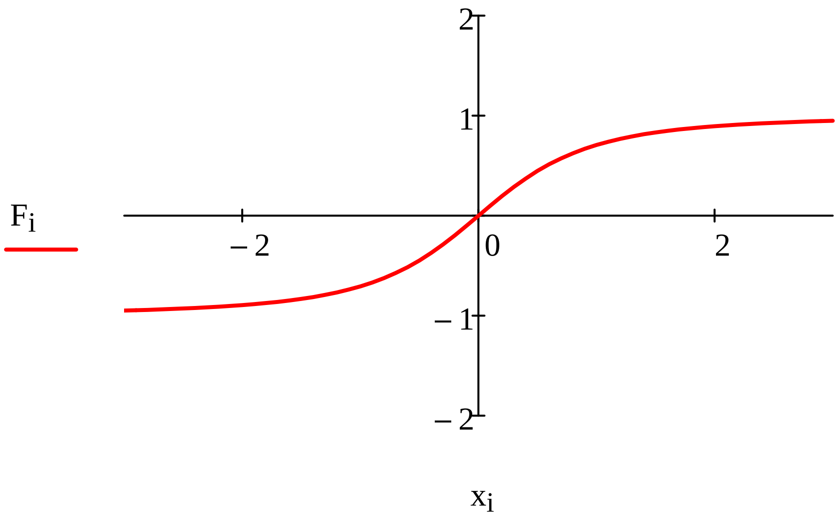
$$F_i := F(x_i)$$

7 Se tasteaza @ pentru aparitia zonei de reprezentare grafica si se completeaza pozitiile marcate de pe orizontala cu x_i, a, b si pozitia de la mijloc pe verticala cu F_i.

Dupa ce se da clic in afara zonei grafice se obtine graficul care urmeaza.



Marim graficul avand grija ca sa avem aceeasi unitate de masura pe cele doua axe. Obtinem un grafic de forma de mai jos.



GRAFICA IN MATHCAD

Reprezentarea grafica a functiilor de o variabila

Reprezentarea grafica a unei functii care are asimptote orizontale

1. Se defineste functia $f(x) := \frac{2\cdot x}{\sqrt{x^2+1}}$

2. O functie f(x) are ca **asimptota orizontala** la ramura spre plus infinit dreapta y = c daca

$$\lim_{x \to \infty} f(x) = c$$

Definitie analoaga daca inlocuim plus infinit cu minus infinit.

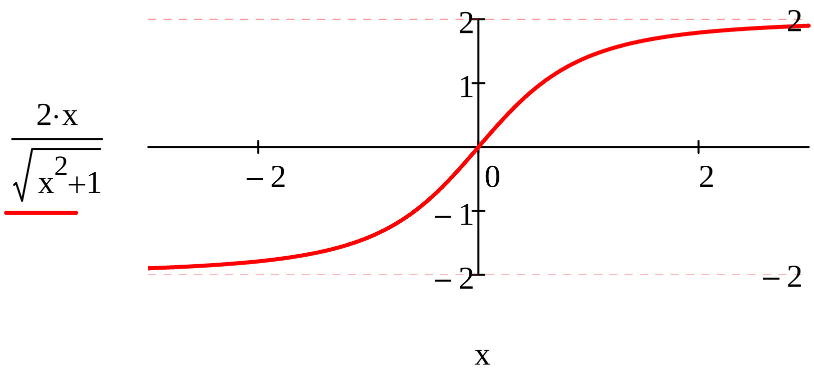
In cazul nostru obtinem:

$$\lim_{x \to -\infty^{+}} f(x) \to -2 \qquad \lim_{x \to \infty} f(x) \to 2$$

Deoarece limita functiei la minus infinit exista si este finita, graficul are asimptota orizontala y = -2 la ramura spre minus infinit.

Deoarece limita functiei la plus infinit exista si este finita, graficul are asimptota orizontala y = 2 la ramura spre plus infinit.

3. Se reprezinta grafic functia si se foloseste optiunea **Show Markers** pentru axa Oy pentru a reprezenta asimptotele orizontale.



GRAFICA IN MATHCAD

Reprezentarea grafica a functiilor de o variabila

Reprezentarea grafica a asimptotelor verticale.
Folosirea optiunii Show markers

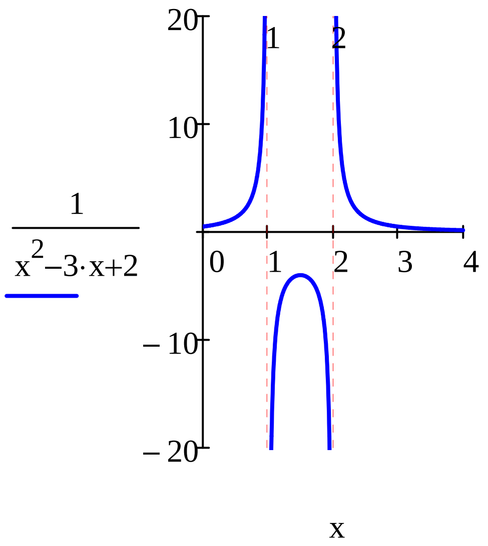
Exemplul 1

Se considera functia $f(x) := \dfrac{1}{x^2 - 3\cdot x + 2}$

Folosind comanda **Symbolic/Factor** obtinem

$$f(x) := \frac{1}{(x-1)\cdot(x-2)}$$

de unde rezulta ca dreptele x = 1 si x = 2 sunt asimptote verticale la graficul acestei functii.
Pentru reprezentarea grafica a celor doua asimptote verticale se foloseste optiunea **Show Markers** pentru axa Ox.



Exemplul 2.

Consideram acum functia

$$g(x) := \frac{1}{x^3 - 6\cdot x^2 + 11\cdot x - 6}$$

Folosind comanda **Symbolic/Factor** se observa ca

$$g(x) := \frac{1}{(x-1)\cdot(x-2)\cdot(x-3)}$$

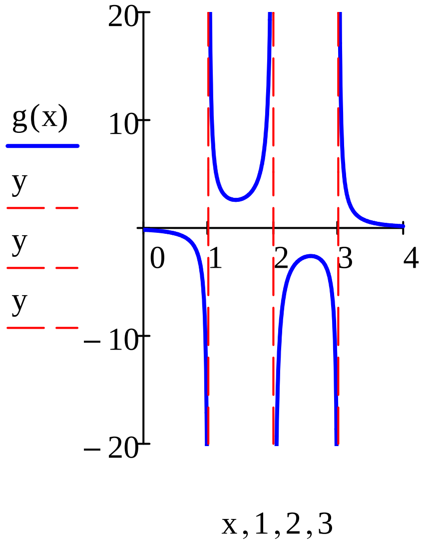
ceea ce arata ca functia g(x) are ca asimptote verticale dreptele x = 1, x = 2 si x = 3.

Deoarece avem numai doua posibilitati de a folosi markere, vom reprezenta aceste asimptote astfel. Se defineste variabila

$$y := -20, -19.9 .. 20$$

care se scrie pe axa Oy, iar pe Ox se trec valorile asimptotelor verticale 1, 2, 3.

Se obtine astfel reprezentare grafica de mai jos.



GRAFICA IN MATHCAD

Reprezentarea grafica a functiilor de o variabila

Reprezentarea grafica a unei functii si a asimptotelor sale

Fie functia $$f(x) := \frac{3\cdot x^2}{x+2}$$

Pentru reprezentarea grafica a unei functii trebuie sa trasam si asimptotele sale.

Care sunt asimptotele functiei de mai sus?

Reamintim ca dreapta x = a este **asimptota verticala** la graficul unei functii daca cel putin una din limitele laterale

$$\lim_{x \to a^+} f(x) \qquad \lim_{x \to a^-} f(x)$$

este infinita.

Asimptotele verticate se cauta in:
a) punctele in care functia nu este definita, dar sunt puncte de acumulare ale domeniului de definitie (capete de intervale deschise);
b) punctele in care functia este definita, dar sunt puncte de discontinuitate ale functiei.

In cazul nostru x = -2 este un punct din prima categorie. Calculand limitele laterale obtinem

$$\lim_{x \to -2^+} f(x) \to \infty \qquad \lim_{x \to -2^-} f(x) \to -\infty$$

deci x = -2 este asimptota verticala la graficul functiei f(x).

Asimptote orizontale

O functie f(x) are ca **asimptota orizontala** la ramura spre plus infinit dreapta y = c daca

$$\lim_{x \to \infty} f(x) = c$$

Definitie analoaga daca inlocuim plus infinit cu minus infinit.

Deoarece in cazul nostru avem

$$\lim_{x \to \infty} f(x) \to \infty \qquad \lim_{x \to -\infty} f(x) \to -\infty$$

functia nu are asimptote orizontale.

Determinarea asimptotelor oblice

Dreapta y(x) = mx + n este o **asimptota oblica** la ramura spre plus infinit a graficului functiei f(x) daca

$$\lim_{x \to \infty} [f(x) - (m \cdot x + n)] = 0$$

Coeficientul unghiular al dreptei y(x) = mx +n, m, este dat de formula

$$m = \lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x}$$

Ordonata la origine a dreptei y(x) = mx + n, n, se determina cu formula

$$n = \lim_{x \to \infty} (f(x) - m \cdot x)$$

Definitie si formule analoage pentru cazul cand se inlocuiste plus infinit cu minus infinit.
Pentru functia data se obtine

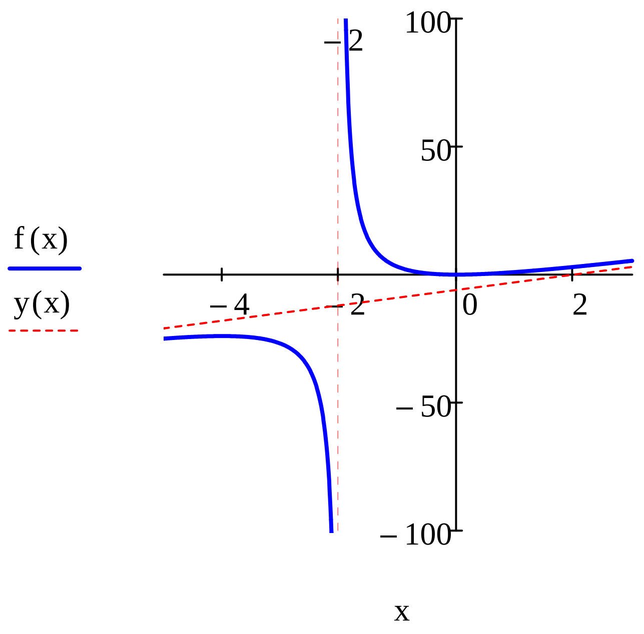
$$m := \lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x} \to 3 \qquad n := \lim_{x \to \infty} (f(x) - m \cdot x) \to -6$$

deci functia f(x) are ca asimptota oblica la ramura spre plus infinit dreapta

$$y(x) := 3 \cdot x - 6$$

Rezultat analog pentru ramura spre minus infinit.

Reprezentarea grafica



GRAFICA IN MATHCAD

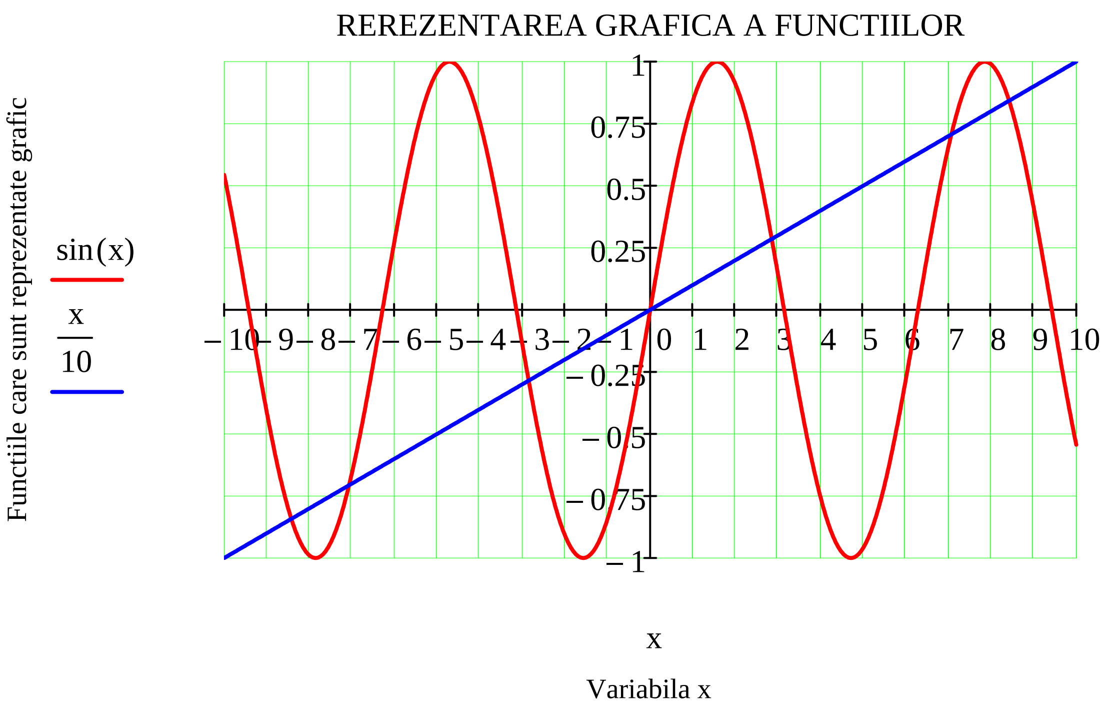
Reprezentarea grafica a functiilor de o variabila

Formatarea reprezentarii grafice. Folosirea optiunii "Grid lines".

Ne propunem sa rezolvam ecuatia transcendenta

$$\sin(x) = \frac{x}{10}$$

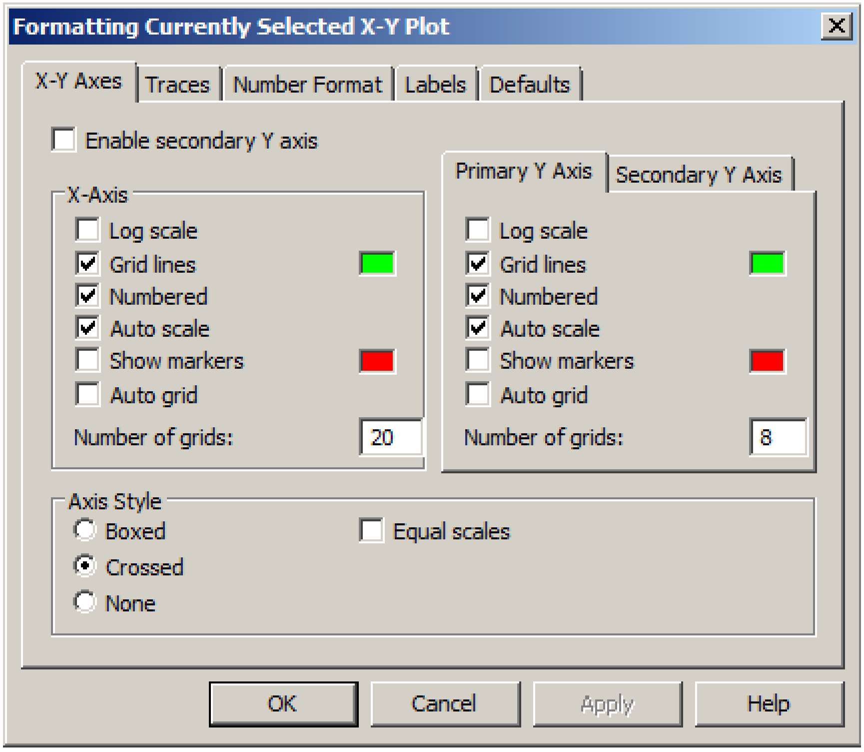
Pentru a determina numarul de radacini ale acestei ecuatii si valorile lor aproximative (care se folosec ca valori initiale pentru functia root) reprezentam grafic in acelasi sistem de axe cele doua functii.

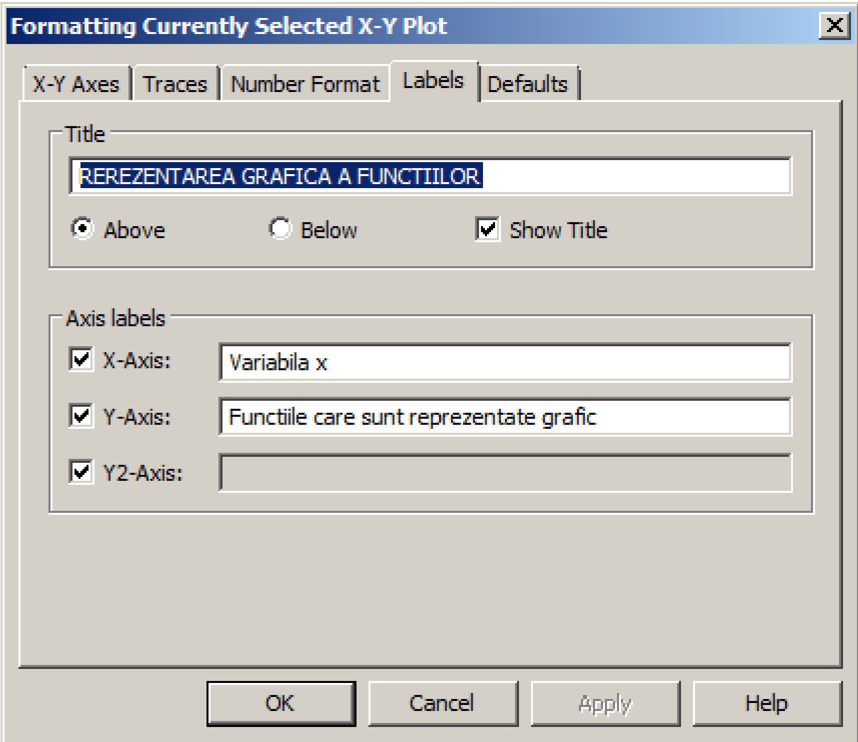


Pentru obtinerea reprezentarii grafice de mai sus graficul trebuit formatat asa cum se arata in ferestrele de mai jos.

Axele sunt in cruce (crossed).
La ambele axe se selecteaza "Grid lines" si se deselecteaza "Auto Grid"
La axa Ox se completeaza "Number of Grids" (numarul de linii paralele cu axa Ox) cu 20.

La axa Oy se completeaza "Number of Grids" (numarul de linii paralele cu axa Oy) cu 8.





GRAFICA IN MATHCAD

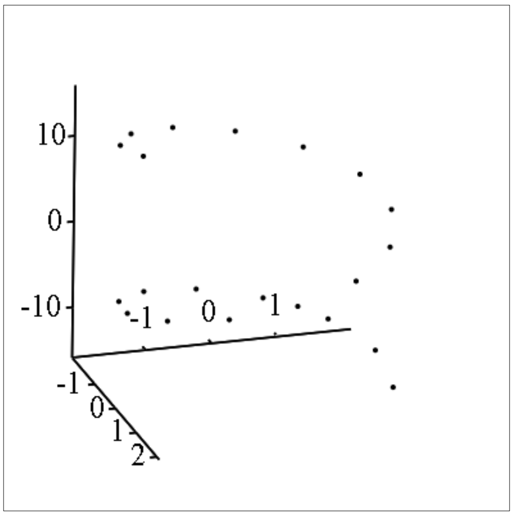
Reprezentarea grafica a curbelor in spatiu

Folosirea comenzii Graph / 3D Scatter Plot din meniul Insert

Exemplul 1. Pentru a ilustra cum se reperezinta grafic o curba in spatiu vom reprezenta curba numita **elice**.

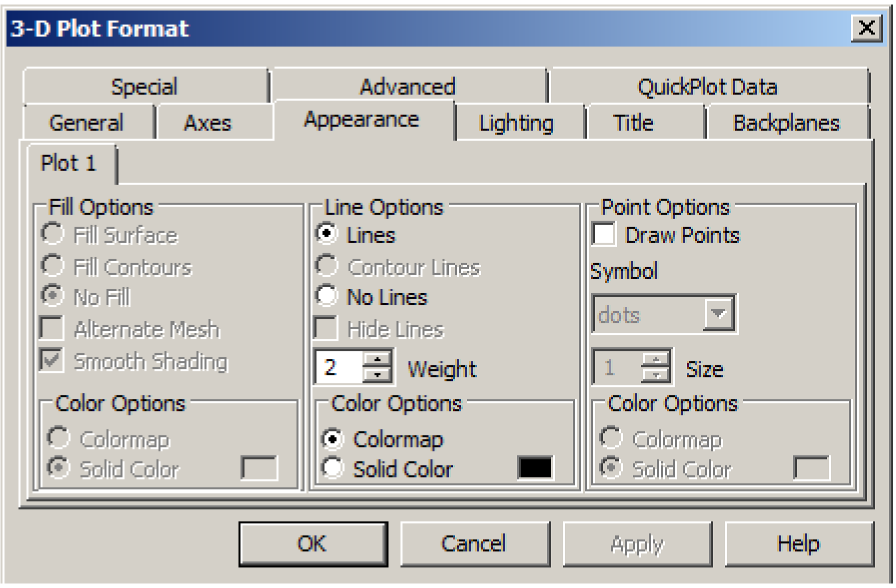
$a := 2 \qquad b := 3$

$$F(t) := \begin{pmatrix} a\cdot\cos(t) \\ a\cdot\sin(t) \\ b\cdot t \end{pmatrix}$$

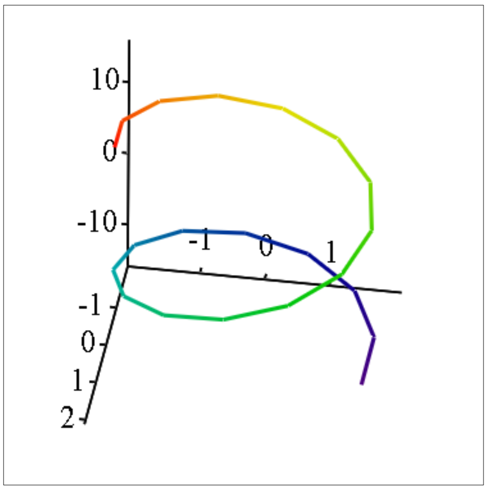


F

Pentru aparitia liniilor care unesc punctele se da dublu click pe zona grafica pentru aparitia ferestrei **3-D Plot Format**. In aceasta se apasa butonul **Appearance** si se activeaza optiunile **Lines** si **Colormap**.



Graficul de mai jos reprezinta prima spira a elicei.



F

GRAFICA IN MATHCAD

Reprezentarea grafica a curbelor in spatiu

Functia CreateSpace

Pentru reprezentarea grafica a curbelor in spatiu se foloseste functia **CreateSpace**. Aceasta are urmatoarea structura

CreateSpace(F, t0, t1, tgrid, fmap)

unde:
F - este numele unei functii vectoriale de variabila reala t.
t0 - este limita inferioara a domeniului variabilei independente t (valoarea implicita este -5).
t1 - este limita superioara a domeniului variabilei independente t (valoarea implicita este 5).
tgrid - reprezinta numarul intreg de puncte create pentru variabila t (valoare implicita 20).
fmap - este o functie care defineste o transformare de coordonate de la oricare alt sistem la sistemul cartezian (implicit este functia identica).

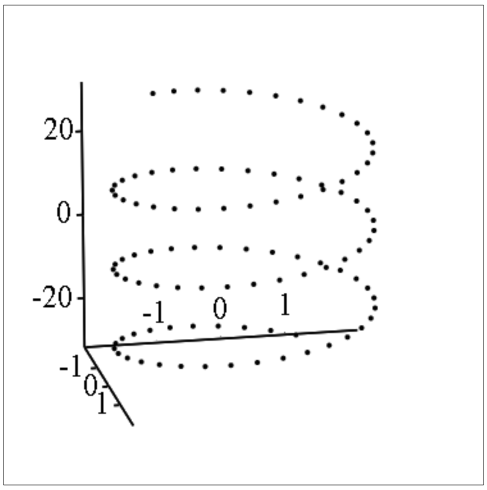
Exemplul 1. Vom reprezenta grafic, cu ajutorul functiei **CreateSpace**, curba in spatiu numita **elice**.

$a := 2 \qquad b := 3 \qquad F(t) := \begin{pmatrix} a\cdot\cos(t) \\ a\cdot\sin(t) \\ b\cdot t \end{pmatrix}$

$t0 := -10 \qquad t1 := 10 \qquad tgrid := 100$

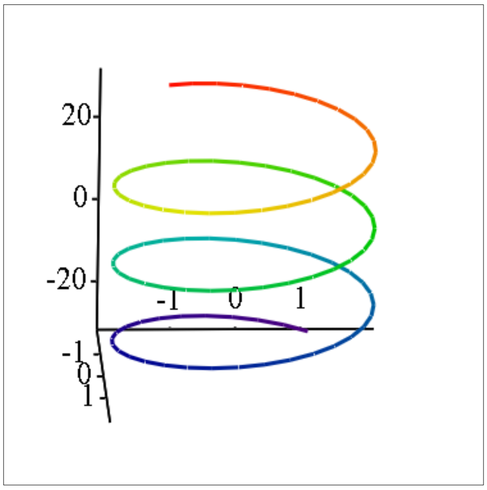
$M := \text{CreateSpace}(F, t0, t1, tgrid)$

Se deschide meniul **Insert** se da comanda **Graph, 3D Scatter Plot**. In locul marcat de la baza zonei grafice se scrie numele matricei de puncte M. Implicit, graficul curbei arata astfel.



M

Dupa formatare, graficul poate arata astfel.



M

GRAFICA IN MATHCAD

Reprezentarea grafica a suprafetelor

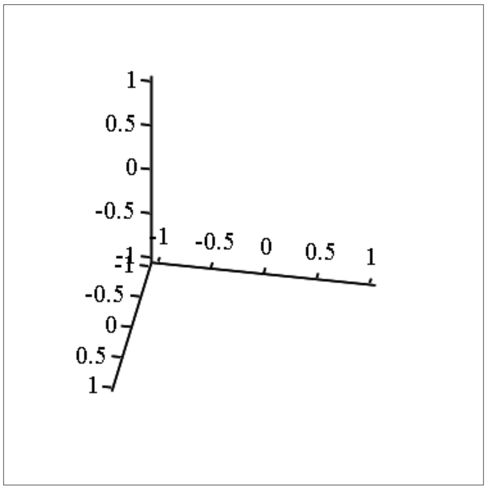
Reprezentarea grafica a unei suprafete definite de o functie de doua variabile

Pentru a reprezenta rapid o suprafata definite de o functie de doua variabile folosind setarile implicite ale Mathcad-ului pentru astfel de reprezentari grafice, operatie numita **Quick Plot**, se procedeaza astfel:

1. Se defineste functia de doua variabile a carei suprafata se va reprezenta. Ca exemplu, vom reprezenta paraboloidul hiperbolic

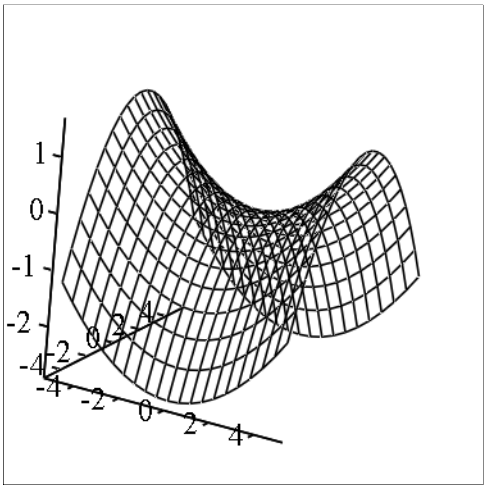
$$F(x,y) := \frac{x^2}{4^2} - \frac{y^2}{3^2}$$

2. Se da clic pe locul unde se doreste aparitia graficului. Din meniul **Insert** se selecteaza **Graph** si se da comanda **Surface Plot**. Se obtine cadrul grafic de mai jos.



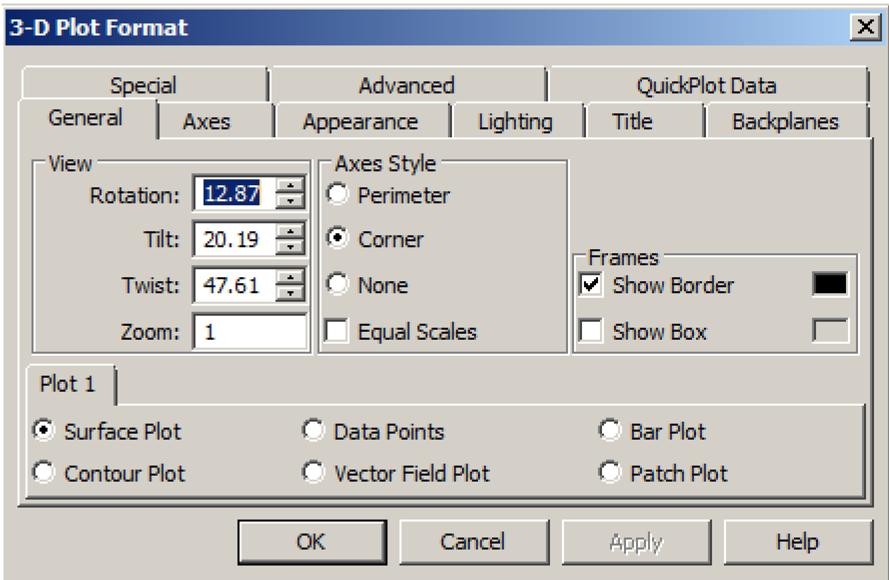
3. Se scrie numele functiei (fara variabile) in locul marcat aflat in partea stanga jos a zonei grafice.

4. Pentru realizarea reprezentarii grafice se da clic in afara zonei grafice sau se tasteaza **Enter**. Se obtine reprezentarea grafica de mai jos.

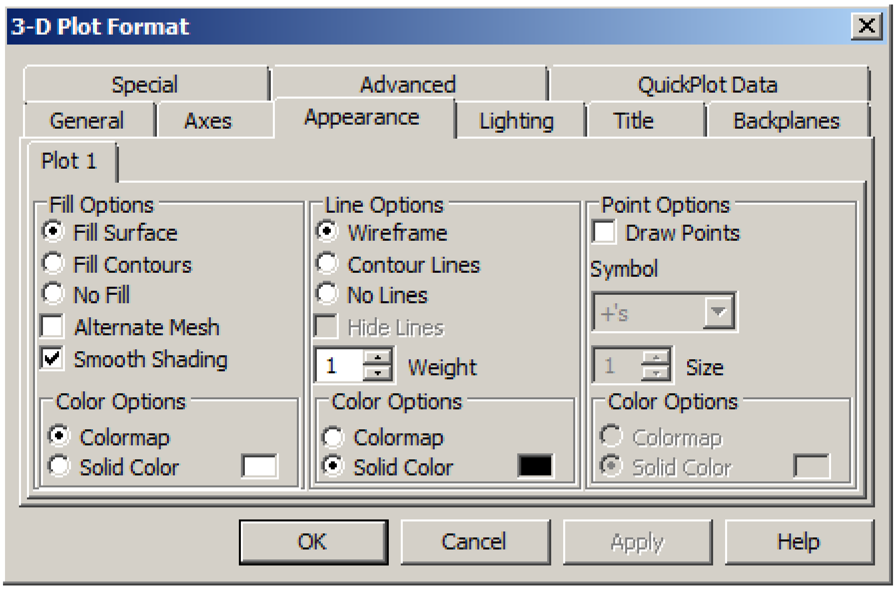


F

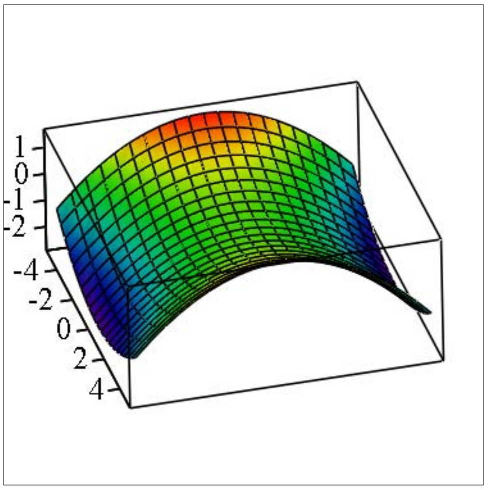
Schimbarea modului in care este reprezentata grafic suprafata se face in ferestra **3-D Plot Format** care se deschide cand se da un dublu clic pe zona grafica.



Pentru reprezentarea color a suprafetei se apasa butonul **Appearance** si se selecteaza optiunile ca in figura de mai jos.



Se obtine atunci urmatoarea reprezentare grafica color



F

In acest mod de reprezentare grafica (QuickPlot), dupa cum s-a mentionat si mai sus, Mathcad-ul foloseste setarile implicite de care dispune. Acesta inseamna ca variabilele x si y iau valori de la -5 la 5 cu pasul de crestere 0.5. Valorile de pe axa Oz sunt calculate cu formula de definitie a functiei F in punctul (x,y), adica z = F(x,y).

GRAFICA IN MATHCAD

Reprezentarea grafica a suprafetelor

Functia CreateMesh

In cazul in care se doreste schimbarea setarilor implicite folosite de Mathcad pentru reprezentarea grafica tridimensionala se foloseste functia **CreateMesh**. Aceasta are urmatoarea structura

CreateMesh(F, x0, x1, y0, y1, xgrid, ygrid, fmap)

unde:
F - este numele unei functii reale de doua variabile reale x si y.
x0 - este limita inferioara a domeniului variabilei independente x (valoarea implicita este -5).
x1 - este limita superioara a domeniului variabilei independente x (valoarea implicita este 5).
y0 - este limita inferioara a domeniului variabilei independente y (valoarea implicita este -5).
y1 - este limita superioara a domeniului variabilei independente y (valoarea implicita este 5).
xgrid - reprezinta numarul intreg de puncte create pentru variabila x (valoare implicita 20).
ygrid - reprezinta numarul intreg de puncte create pentru variabila y (valoare implicita 20).
fmap - este o functie care defineste o transformare de coordonate de la oricare alt sistem la sistemul cartezian (implicit este functia identica)

Exemplul 1. Vom reprezenta grafic, cu ajutorul functiei **CreateMesh**, paraboloidul hiperbolic definit de functia

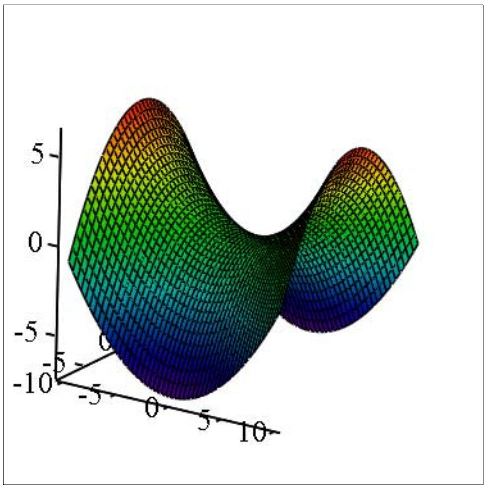
$$F(x,y) := \frac{x^2}{4^2} - \frac{y^2}{3^2}$$

Vom face reprezentarea grafica pe intrevalul bidimensional [-10,10]*[-8, 8]. Pentru aceasta definim parametrii repreznta tii si matricea M.

$x0 := -10 \quad x1 := 10 \quad y0 := -8 \quad y1 := 8 \quad xgrid := 50 \quad ygrid := 40$

$M := CreateMesh(F, x0, x1, y0, y1, xgrid, ygrid)$

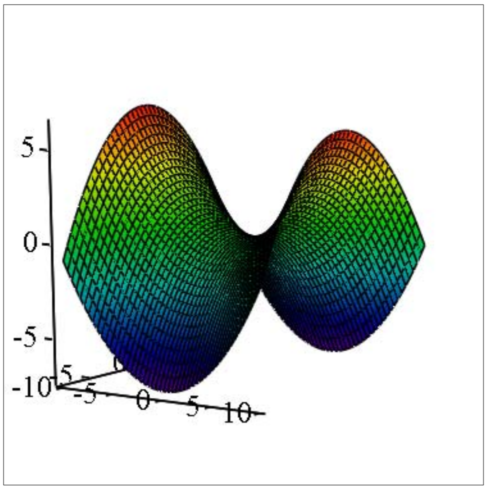
Reprezentarea grafica obtinuta este



M

Parametrii reprezentarii se pot defini direct in functia CreateMesh, asa cum se vede in exempul de mai jos.

$A := \mathrm{CreateMesh}(F, -10, 10, -8, 8, 50, 40)$



A

5. CALCUL SIMBOLIC ÎN MATHCAD

CALCUL SIMBOLIC IN MATHCAD

Meniul Symbolics si Symbolic Toolbar

Folosind Mathcad putem face:
a) calcule numerice in care rezultatul evaluarii unei expresii consta in unul sau mai multe numere.
b) calcule simbolice in care rezultatul evaluarii unei expresii este o alta expresie, de regula mai "simpla" decat cea initiala. Ce se intelege prin mai "simpla" vom vedea din exemplele care urmeaza.

Pentru a intelege diferenta dintre calculele numerice si cele simbolice dam aici un singur exemplu:
Calculul unei integrale definite este o evaluare numerica deoarece rezultatul este un numar. De exemplu:

$$\int_0^1 \sqrt{1-x^2}\,dx = 0.7854$$

Calculul unei integrale nedefinite este un exemplu de calcul simbolic deoarece rezultatul este o functie, primitiva functiei de integrat. De exemplu:

$$\int \sqrt{1-x^2}\,dx \rightarrow \frac{\operatorname{asin}(x)}{2} + \frac{x\cdot\sqrt{1-x^2}}{2}$$

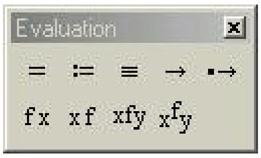
O exceptie notabila de la regula de mai sus este constituita de calculul limitelor, care este un calcul simbolic, desi rezultatul este o valoare numerica.

Evaluare simbolica directa

Evaluarea simbolica directa foloseste semnul de *egalitatea simbolica* (Evaluate Symbolically)

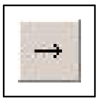
$$\blacksquare \rightarrow$$

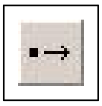
care se afla pe bara **Evaluation.**



Semnul de evaluare simbolica are functii analoage semnului egal " = " din calculele numerice. Este comanda pentru evaluarea simbolica a unei expresii.

Diferenta dintre cele doua butoane asemanatoare care se vad pe aceasta bara este urmatoarea:

Daca s-a scris o expresie si se doreste evaluarea sa simbolica se apasa butonul  .

Daca se apasa butonul  atunci in foaia de calcul apare simbolul ▪ →

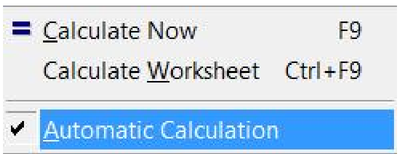
si locul marcat (patratelul rosu) se completeaza cu expresia de evaluat simbolic.

De la tastatura putem da comanda de evaluare simbolica tastand **Ctrl + .** (punct).

Calcularea simbolica a unei expresii

Pentru a calcula simbolic o expresie folosind comanda de evaluare simbolica se procedeaza astfel:

- Se da clic in locul de pe ecran in care se doreste aparitia rezultatului.
- Se scrie expresia care se doreste a fi evaluata simbolic.
- Se verifica daca comanda **Automatic Calculation** din meniul **Tools/Calculate** este activa. Aceasta se vede prin prezenta cuvantului Auto in bara de stare in partea dreapta jos a ecranului. Daca aceasta nu este activa acolo apare scris Calc F9, ceea ce inseamna ca pentru efectuarea calculelor trebuie apasata tasta functionala F9.
- Pentru activarea functiei de calcul automat se deschide meniul **Tools/Calculate** si se selecteaza cu un clic comanda **Automatic Calculation**. In fata numelui comenzii va apare un semn de validare.



- Se tasteaza **Ctrl + .** (Ctrl + Punct) pentru introducerea comenzii de evaluare simbolica. Mathcad va afisa semnul de egalitate simbolica

$$\blacksquare \rightarrow$$

Acelasi lucru se poate obtine dand clic cu mouse-ul pe butonul de egalitate simbolica aflat in bara **Evaluation**.

- Se tasteaza **Enter** sau se da un clic cu mouse-ul in afara zonei in care s-a scris expresia. Mathcad va afisa in partea dreapta a semnului de egalitate simbolica o forma simplificata a expresiei. Daca aceasta nu poate fi simplificata Mathcad repeta in dreapta expresia initiala.

Observatie. Inainte de a trece la exemple de utilizare a calculului simbolic direct mentionam cateva reguli de folosire a semnului de egalitate simbolica:

- Comanda de calcul simbolic se aplica numai asupra unei expresii in intregimea sa. Nu se pot simplifica parti ale expresiei.

- Semnul de egalitate simbolica nu se poate aplica de doua ori succesiv.

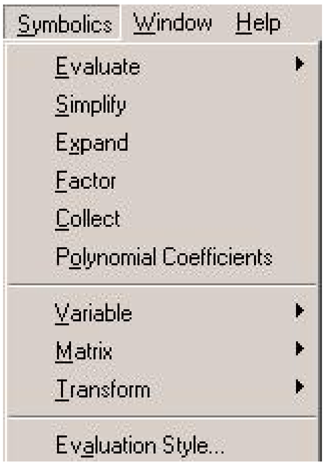
O alta modalitate de a evalua simbolic o expresie este data de comanda **Symbolics/Evaluate/Symbolically**, care simplifica expresia din partea stanga in acelasi mod ca si semnul de evaluare simbolica.

Controlul modului de simplificare al unei expresii

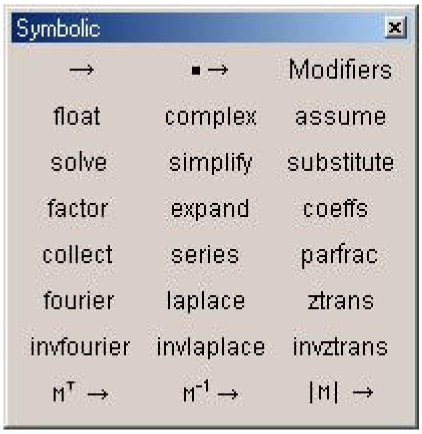
Comanda de evaluare simbolica aplicata unei expresii conduce la afisarea in partea dreapta acesteia a unei noi expresii, uneori de o forma "simplificata" in comparatie cu expresia initiala. Dar ce inseamna "simplificata"?.
Se poate controla modul de simplificare pe care-l face Mathcad expresiei?
La aceste intrebari vom raspunde in cele ce urmeaza.

Exista doua posibilitati de a controla modul de simplificare aplicat expresiei date:

Folosind comenzile din meniul **Symbolics**.



Folosind cuvintele cheie aflate pe bara **Symbolic Keyword Toolbar**.



In majoritatea cazurilor cele doua procedee sunt echivalente. Totusi, in unele cazuri, folosirea cuvintelor cheie permite o mai buna manevrare a optiunilor de simplificare care vor fi aplicate expresiei.

Inainte de a prezenta cuvintele cheie folosite vom face cateva precizari generale asupra lor.

- Cuvintele cheie sunt "case sensitive", dar nu si "font sensitive". Aceasta insemna ca ele trebuie scrise cu litere mici asa cum apar ele in **Symbolic Keyword Tolbar**, dar nu conteaza in ce font.
- Un cuvant cheie este asociat celui mai apropiat semn de egalitate simbolica care urmeaza cuvantului.

Daca se doreste introducerea cuvintelor cheie de la tastatura, atunci trebuie tastat **Ctrl +Shift + .** pentru obtinerea semnului de evaluare simbolica cu cuvinte cheie. Se tasteaza cuvantul cheie si se apasa **Enter**.

CALCUL SIMBOLIC IN MATHCAD
Meniul Symbolics si Symbolic Toolbar

Meniul Symbolics. Comanda Evaluate

Symbolics/Evaluate/Symbolically sau **Shift + F9** executa calcul simbolic pentru integrale definite sau nedefinite, derivate, sume, produse, functii si alte expresii algebrice sau matriceale.

$$\int_1^2 \sqrt{x}\,dx \quad \text{yields} \quad \frac{4}{3}\cdot\sqrt{2} - \frac{2}{3}$$

$$\int \sqrt{x}\,dx \quad \text{yields} \quad \frac{2}{3}\cdot x^{\left(\frac{3}{2}\right)}$$

$$\frac{d^2}{dx^2}\sqrt{x} \quad \text{yields} \quad \frac{-1}{\left[4\cdot x^{\left(\frac{3}{2}\right)}\right]}$$

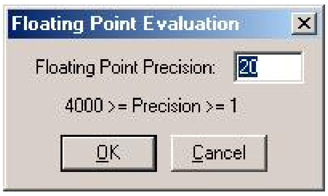
$$\sum_{k=1}^{n} k \quad \text{yields} \quad \frac{1}{2}\cdot(n+1)^2 - \frac{1}{2}\cdot n - \frac{1}{2}$$

$$\prod_{k=1}^{10} k \quad \text{yields} \quad 3628800$$

$$\operatorname{acos}(0) \quad \text{yields} \quad \frac{1}{2}\cdot\pi$$

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^{-1} \quad \text{yields} \quad \begin{bmatrix} \dfrac{d}{(a \cdot d - b \cdot c)} & \dfrac{-b}{(a \cdot d - b \cdot c)} \\ \dfrac{-c}{(a \cdot d - b \cdot c)} & \dfrac{a}{(a \cdot d - b \cdot c)} \end{bmatrix}$$

Symbolics/Evaluate/Floating Point... executa calcul simbolic si intoarce un rezultat numeric de cate ori este posibil. Stabilirea numarului de zecimale care sa apara dupa virgula se face in ferestra **Floating Point Evaluation**. Implicit, acest numar este 20.



$\operatorname{acos}(0)$	floating point evaluation yields	1.570796327
$\ln(2)$	floating point evaluation yields	.6931471806
$\displaystyle\int_1^2 \sqrt{x}\,dx$	floating point evaluation yields	1.218951415

Cuvantul cheie **float** din **Symbolic Keyword Tookbar** realizeaza acelasi tip de evaluare.

$$\blacksquare \ \text{float}, \blacksquare \ \rightarrow$$

Primul loc marcat se completeaza cu expresia de evaluat, iar in al doilea se indica numarul de zecimale care trebuie sa fie afisat dupa punctul zecimal.

$\operatorname{acos}(0)\ \text{float}, \blacksquare \ \rightarrow$

$\operatorname{acos}(0)\ \text{float}, 20 \ \rightarrow 1.5707963267948966192$

$e\ \text{float}, 30 \ \rightarrow 2.71828182845904523536028747135$

Symbolics/Evaluate/Complex executa calcul simbolic si intoarce un rezultat sub forma complexa a + ib ori de cate ori este posibil.

$\ln(i)$ evaluation over the complex plane yields $\ln(|i|) + i\cdot\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cdot\mathrm{signum}(i)\right)\cdot\pi$

Cuvantul cheie **complex** din **Symbolic Keyword Tookbar -** indica Mathcad-ului ca rezultatul evaluarii unei expresii trebuie scris sub forma a + ib, adica partea reala a plus i inmultit cu partea imaginara b.

$$\ln(1+i) \text{ complex } \rightarrow \ln(|i+1|) - \left[\frac{\pi\cdot(\mathrm{signum}(i+1,0)-1)}{2}\right]\cdot i$$

CALCUL SIMBOLIC IN MATHCAD

Meniul Symbolics si Symbolic Toolbar

Meniul Symbolics. Comanda Simplify

Comanda **Simplify** din meniul **Symbolics** simplifica expresia, face calculele aritmetice, reduce factorii comuni, utilizeaza identitati trigonometrice pentru functii directe si inverse.

Exemplu. Ne propunem sa evaluam si sa aducem la cea mai simpla forma expresia:

$$\frac{x^3 - 4\cdot x + 3}{x - 1} + \frac{x^2 - 3\cdot x + 2}{x - 2}$$

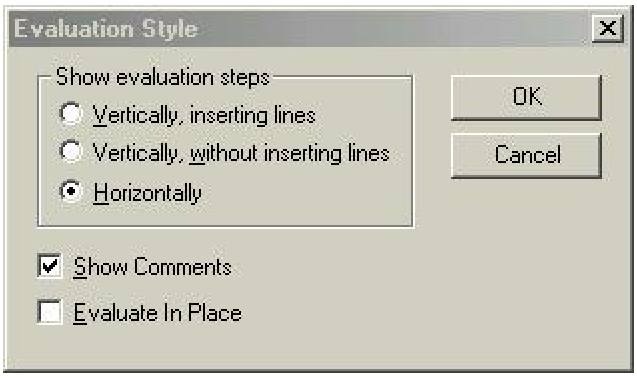
Dand comanda **Symbolics/Evaluate/Symbolically** nu obtinem efectul scontat:

$$\frac{x^3 - 4\cdot x + 3}{x - 1} + \frac{x^2 - 3\cdot x + 2}{x - 2} \quad \text{yields} \quad \frac{x^2 - 3\cdot x + 2}{x - 2} + \frac{x^3 - 4\cdot x + 3}{x - 1}$$

Pentru a simplifica aceasta expresie o selectam si dam comanda **Symbolics/Simplify.**

$$\frac{x^3 - 4\cdot x + 3}{x - 1} + \frac{x^2 - 3\cdot x + 2}{x - 2} \quad \text{simplifies to} \quad x^2 + 2\cdot x - 4$$

Observatie. Plasarea rezultatului in partea dreapta a sumei si aparitia cuvintelor de comentariu "simplifies to" se datoresc selectarii optiunilor **Horizontally** si **Show Comments** in fereastra **Evaluation Style** din meniul **Symbolics**.



Cuvantul cheie simplify

Cuvantul cheie **simplify** aflat pe bara **Symbolic Keyword Toolbar** realizeaza aceleasi lucruri ca si comanda **Symbolics/Simplify**.

$$\blacksquare \text{ simplify } \rightarrow$$

$$2\cdot\sin(x)^2 + 3\cdot\cos(x)^2 \text{ simplify } \rightarrow \cos(x)^2 + 2$$

Prezentam alte cateva exemple pentru a se intelege cum se poate aduce la o forma mai simpla o expresie folosind comanda **Simplify** din meniul **Symbolics**. Pentru ca aceasta comanda sa functioneze corect trebuie ca expresia sa fie selectata, adica sa fie subliniata de reperul albastru. Folositi **Spacebar** pentru selectare.

$$\frac{x^2 - 3\cdot x - 4}{x - 4} + 2\cdot x - 5 \quad \text{simplifies to} \quad 3\cdot x - 4$$

$$e^{2\cdot\ln(x)} \quad \text{simplifies to} \quad x^2$$

$$\sqrt{1125\cdot a^2\cdot b} \quad \text{simplifies to} \quad 15\cdot\sqrt{5}\cdot a\cdot\sqrt{b}$$

$$5! \quad \text{simplifies to} \quad 120$$

$$\operatorname{asin}(1) \quad \text{simplifies to} \quad \frac{1}{2}\cdot\pi$$

$$\frac{3}{4} + \frac{5}{2} \quad \text{simplifies to} \quad \frac{13}{4}$$

CALCUL SIMBOLIC IN MATHCAD

Meniul Symbolics si Symbolic Toolbar

Meniul Symbolics. Comanda Expand

Comanda **Expand** din meniul **Symbolics** efectueaza ridicari la putere si desfaceri de paranteze in expresiile selectate.

$$(a+b+c)^2 \quad \text{expands to} \quad a^2+2\cdot a\cdot b+2\cdot a\cdot c+b^2+2\cdot c\cdot b+c^2$$

$$(x+y)^6 \quad \text{expands to}$$

$$x^6+6\cdot x^5\cdot y+15\cdot x^4\cdot y^2+20\cdot x^3\cdot y^3+15\cdot x^2\cdot y^4+6\cdot x\cdot y^5+y^6$$

$$\left(x^2+1\right)\cdot\left(y^2+2\right) \quad \text{expands to} \quad x^2\cdot y^2+2\cdot x^2+y^2+2$$

$$\cos(3\cdot x) \quad \text{expands to} \quad 4\cdot\cos(x)^3-3\cdot\cos(x)$$

Cuvantul cheie **expand**

Aceleasi operatii se pot reliza folosind cuantul cheie **expand** aflat pe bara **Symbolic Keyword**.

$$\blacksquare \ \text{expand}, \blacksquare \ \rightarrow$$

In primul loc marcat se scrie expresia de dezvoltat, iar al doilea se completeaza cu variabila in raport cu care se face dezvoltarea.

$$\sin(3\cdot x) \ \text{expand}, x \ \rightarrow 3\cdot\cos(x)^2\cdot\sin(x)-\sin(x)^3$$

$$(a+b)^3 \ \text{expand}, a \ \rightarrow a^3+3\cdot a^2\cdot b+3\cdot a\cdot b^2+b^3$$

CALCUL SIMBOLIC IN MATHCAD

Meniul Symbolics si Symbolic Toolbar

Meniul Symbolics. Comanda Factor

Comanda **Factor** din meniul **Symbolics** restrange expresia selectata intr-un produs, daca aceasta poate fi scrisa ca un produs. Pentru rastrangerea unei subexpresii dintr-o expresie mai lunga, aceasta trebuie selectata. Comanda se poate folosi si pentru aducerea la acelasi numitor a mai multor fractii.

$$x^4 + 4\cdot x^3\cdot y + 6\cdot x^2\cdot y^2 + 4\cdot x\cdot y^3 + y^4 \quad \text{by factoring, yields} \quad (x + y)^4$$

$$x^2\cdot y^2 + 2\cdot x^2 + y^2 + 2 \quad \text{by factoring, yields} \quad \left(x^2 + 1\right)\cdot\left(y^2 + 2\right)$$

Daca expresia de factorizat este un intreg, atunci acesta este descompus in factori primi (adica este scris ca produs de puteri de numere prime).

$$375 \quad \text{by factoring, yields} \quad (3)\cdot(5)^3$$

$$145750 \quad \text{by factoring, yields} \quad (2)\cdot(5)^3\cdot(11)\cdot(53)$$

In general, Mathcad incearca sa transforme expresia in produs.

$$x^4 + x^3 - x^2 + x - 2 \quad \text{by factoring, yields} \quad (x - 1)\cdot(x + 2)\cdot\left(x^2 + 1\right)$$

$$\frac{1}{x - 1} + \frac{x}{x + 3} - \frac{2\cdot x}{x + 2} \quad \text{by factoring, yields} \quad \frac{-\left(2\cdot x^2 - 9\cdot x - 6 + x^3\right)}{[(x - 1)\cdot[(x + 3)\cdot(x + 2)]]}$$

Observatie. Mathcad factorizeaza numai ceea ce este selectat. De exemplu, daca este selectata expresia a*b + a*c + x si se da comanda **Factor**, Mathcad va returana ca raspuns expresia neschimbata deoarece aceasta nu este factorizabila. Dar daca sunt selectati numai primii doi termeni ai sumei, atunci Mathcad va returna ca raspuns a*(b + c) + x.

$a \cdot b + a \cdot c + x$ by factoring, yields $a \cdot b + a \cdot c + x$

$a \cdot b + a \cdot c + x$ by factoring, yields $a \cdot (b + c) + x$

In expresia de mai jos, care contine suma a trei fractii, pentru a aduce la acelasi numitor pe primele doua acestea se selecteaza aceste fractii si se da comanda **Factor**.

$$\frac{1}{x-1} + \frac{x}{x+3} - \frac{2 \cdot x}{x+2} \quad \text{by factoring, yields} \quad \frac{\left(3 + x^2\right)}{[(x+3) \cdot (x-1)]} - \frac{2 \cdot x}{x+2}$$

CALCUL SIMBOLIC IN MATHCAD

Meniul Symbolics si Symbolic Toolbar

Meniul Symbolics. Comanda Collect

Comanda **Collect** din meniul **Symbolics** grupeaza termenii care contin puterile asemenea ale expresiei selectate. Expresia poate sa fie o variabila sau o functie impreuna cu argumentul sau. Rezultatul este un polinom in expresia selectata.

De exemplu, fie expresia $x^2 - a \cdot y \cdot x^2 + 2 \cdot y^2 \cdot x - x \cdot y$

Daca selectam variabila x si dam comanda **Collect** obtinem

$x^2 - a \cdot y \cdot x^2 + 2 \cdot y^2 \cdot x - x \cdot y$ by collecting terms, yields

$$(1 - a \cdot y) \cdot x^2 + \left(2 \cdot y^2 - y\right) \cdot x$$

In schimb, daca selectam variabila y, avem

$x^2 - a \cdot y \cdot x^2 + 2 \cdot y^2 \cdot x - x \cdot y$ by collecting terms, yields

$$2 \cdot y^2 \cdot x + \left(-a \cdot x^2 - x\right) \cdot y + x^2$$

Cuvantul cheie **collect**

$$x^2 - a \cdot y \cdot x^2 + 2 \cdot y^2 \cdot x - x \cdot y \text{ collect}, x \rightarrow (1 - a \cdot y) \cdot x^2 + \left(2 \cdot y^2 - y\right) \cdot x$$

$$x^2 - a \cdot y \cdot x^2 + 2 \cdot y^2 \cdot x - x \cdot y \text{ collect}, y \rightarrow 2 \cdot x \cdot y^2 + \left(-a \cdot x^2 - x\right) \cdot y + x^2$$

CALCUL SIMBOLIC IN MATHCAD

Meniul Symbolics si Symbolic Toolbar

Meniul Symbolics. Comanda Polinomial Coefficients

Comada **Polinomial Coefficients** din meniul **Symbolics** determina coeficientii unui polinom si-i afiseaza sub forma unui vector incepand cu termenul liber al polinomului.

$$5\cdot x^4 - 2\cdot x^2 + x^3 - 7\cdot x + 3 \text{ has coefficients } \begin{pmatrix} 3 \\ -7 \\ -2 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$$

Daca in expresia de mai jos selectam x + y si dam comanda **Polinomial Coefficients** obtinem

$$2\cdot(x+y)^3 - 5\cdot(x+y)^2 + 4\cdot(x+y) \text{ has coefficients } \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Expresia de mai jos, considerata ca un polinom in cos(x) are coeficientii

$$\cos(x) + 4\cdot\cos(x)^3 \quad \text{has coefficients } \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Cuvantul cheie coeffs

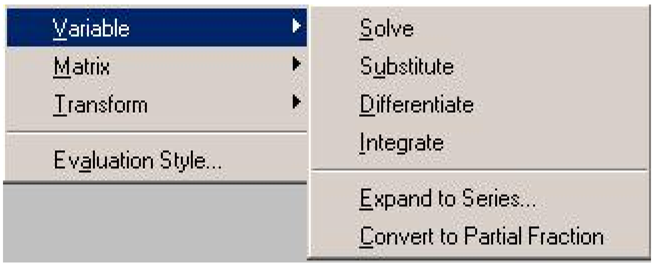
$$5\cdot x^4 - 2\cdot x^2 + x^3 - 7\cdot x + 3 \text{ coeffs}, x \rightarrow \begin{pmatrix} 3 \\ -7 \\ -2 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$2\cdot(x+y)^3 - 5\cdot(x+y)^2 + 4\cdot(x+y) \text{ coeffs}, x+y \rightarrow \begin{pmatrix} 4\cdot x + 4\cdot y \\ 0 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix}$$

CALCUL SIMBOLIC IN MATHCAD

Meniul Symbolics si Symbolic Toolbar

Meniul Symbolics. Comanda Variable



Symbolics/Variable/Solve

Solve - gaseste valorile variabilei selectate care face egala cu zero expresia din care face parte variabila. Cu alte cuvinte rezolva in raport cu variabila respectiva ecuatia data de expresia considerata egalata cu zero. Daca variabila selectata face parte dintr-o ecuatie sau inecuatie aceasta comanda rezolva ecuatia sau inecuatia respectiva. Raspunsurile care constau in mai multe valori sunt afisate sub forma unui vector.

Determinarea solutiilor unei expresii

* Se scrie expresia.
* Se selecteaza variabila in raport cu care se doreste determinarea solutiilor expresiei date.
* Se da comanda comanda **Symbolics/Variable/Solve** sau se foloseste cuvantul cheie **solve** din **Symbolic Keyord Toolbar**.

Observatie. Nu este necesar ca expresia care da ecuatia sa fie egalata cu zero. Daca nu gaseste semnul egal Mathcad persupune ca expresia este egala cu zero.

$$x^2 - 4\cdot x + 3 \text{ solve}, x \rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$a\cdot x^2 + b\cdot x + c \quad \text{has solution(s)} \quad \begin{bmatrix} \dfrac{1}{(2\cdot a)}\cdot\left(-b + \sqrt{b^2 - 4\cdot a\cdot c}\right) \\ \dfrac{1}{(2\cdot a)}\cdot\left(-b - \sqrt{b^2 - 4\cdot a\cdot c}\right) \end{bmatrix}$$

Symbolic/Variable/Substitute

Substitute - inlocuieste toate aparitiile variabilei selectate cu ceea ce exista in clipbord.

Pentru utilizarea acestei comenzi se procedeaza astfel:
* Se selecteaza expresia care va inlocui variabila.
* Se copiaza expresia in Clipbord folosind una dintre comanzile **Cut** sau **Copy** din meniul **Edit**.
* Se selecteaza o aparitie a variabilei de inlocuit si de da comanda **Variable/Substitute** din meniul **Symbolics**.

De exemplu, sa inlocuim expresia $x + 3\cdot a$ in locul variabilei z in

$$z^2 + \frac{2}{z} \text{ by substitution, yields } \qquad (x + 3\cdot a)^2 + \frac{2}{(x + 3\cdot a)}$$

Daca folosim cuvantul cheie **substitute** din **Symbolic Keyword Toolbar** atunci va trebui sa indicam mai intai variabila pe care o inlocuim si apoi expresia cu care aceasta este inlocuita, asa cum se observa in exemplul de mai jos.

$$\sqrt{y} + \sqrt{y^2 + 1} \text{ substitute}, y = \sin(x) \rightarrow \sqrt{\sin(x)} + \frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{3 - \cos(2\cdot x)}}{2}$$

Symbolic/Variable/Differentiate

Differentiate - deriveaza intrega expresie in raport cu variabila selectata. Celelalte variabile sunt considerate constante.

$$x^2\cdot y^5 \text{ by differentiation, yields } \qquad 5\cdot x^2\cdot y^4$$

$$x^2\cdot y^5 \text{ by differentiation, yields } \qquad 2\cdot x\cdot y^5$$

Symbolic/Variable/ Integrate

Integrate - integreaza intreaga expresia in raport cu variabila selectata.

$2 \cdot x^2 + y^3$ by integration, yields $\frac{2}{3} \cdot x^3 + x \cdot y^3$

Symbolic/Variable/ Convert to partial fraction

Convert to partial fraction - transforma o expresie rationala (un raport de polinoame) intr-o suma de fractii simple.

$\frac{1}{x^2 - 3 \cdot x + 2}$ expands in partial fractions to $\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-1}$

$\frac{\left(x^3 - 5 \cdot x^2 + 4 \cdot x - 2\right)}{x^4 + x^2 + 1}$ expands in partial fractions to $\frac{2 \cdot x - \frac{5}{2}}{x^2 + x + 1} - \frac{x - \frac{1}{2}}{x^2 - x + 1}$

Acelasi rezultat se poate obtine si folosind cuvantul cheie **parfrac** din bara **Symbolic**.

$$\frac{\left(x^3 - 5 \cdot x^2 + 4 \cdot x - 2\right)}{x^4 + x^2 + 1} \text{ parfrac } \rightarrow \frac{2 \cdot x - \frac{5}{2}}{x^2 + x + 1} - \frac{x - \frac{1}{2}}{x^2 - x + 1}$$

$$\frac{x^5 - 3 \cdot x^4 + 2 \cdot x^3 - 1}{x^4 - 16} \text{ parfrac } \rightarrow x - \frac{x - \frac{49}{8}}{x^2 + 4} - \frac{1}{32 \cdot (x-2)} + \frac{97}{32 \cdot (x+2)} - 3$$

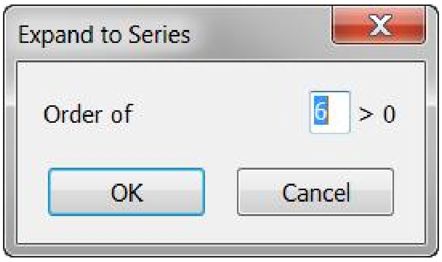
CALCUL SIMBOLIC IN MATHCAD

Meniul Symbolics si Symbolic Toolbar

Dezvltarea in serie Taylor a unei functii de o variabila

Symbolic/Variable/Expand to Series... - dezvolta in serie de puteri o functie sau o expresie in raport cu variabila selectata in functia (sau expresia) respectiva. O fereastra de dialog permite precizarea numarului de termeni ai serie care sa fie afisati.

- Se scrie functia sau expresia care va fi dezvoltata in serie.
- Se selecteaza o variabila a functiei sau expresiei in raport cu care se doreste dezvoltarea in serie.
- Din meniul **Symbolics** se da comanda **Variable/Expand to Series...**. O ferestra de dialog ne propune sa precizam numarul de termeni ai seriei care urmeaza sa fie afisati. Valoarea implicita este 6.



Exemple

$\sin(x)$ converts to the series $x - \frac{1}{6}\cdot x^3 + \frac{1}{120}\cdot x^5 + O\left(x^6\right)$

$\cos(x)$ converts to the series $1 - \frac{1}{2}\cdot x^2 + \frac{1}{24}\cdot x^4 - \frac{1}{720}\cdot x^6 + \frac{1}{40320}\cdot x^8 + O\left(x^{10}\right)$

$\operatorname{atan}(x)$ converts to the series $x - \frac{1}{3}\cdot x^3 + \frac{1}{5}\cdot x^5 + O\left(x^6\right)$

Observatii:

Comanda **Expand to Series...** este limitata la seriile de o singura variabila. Orice alta variabila din expresie este tratata ca o constanta.

$\operatorname{atan}(x\cdot y)$ converts to the series $y\cdot x + \left(\frac{-1}{3}\cdot y^3\right)\cdot x^3 + \left(\frac{1}{5}\cdot y^5\right)\cdot x^5 + O\left(x^6\right)$

Mathcad determina dezvoltarile in serie **Taylor** in jurul originii si dezvoltarile in serie **Laurent** pentru functiile care au originea pol de ordin finit.

$\frac{\sin(x)}{x^2}$ converts to the series $x^{(-1)} - \frac{1}{6}\cdot x + \frac{1}{120}\cdot x^3 + O\left(x^4\right)$

Cuvantul cheie **series** - dezvolta in serie o expresie de una sau mai multe variabile in jurul punctelor specificate. Implicit dezvoltarea este un polinom de grad mai mic ca **sase**.

$$\blacksquare \text{ series}, \blacksquare, \blacksquare \rightarrow$$

Locurile marcate se completeaza, in ordine, cu:

- numele functiei
- punctul in jurul caruia se dezvolta functia
- numarul de termeni ai dezvoltarii

$$\cos(x) \text{ series}, x = 0 \rightarrow 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24}$$

$$\cos(x) \text{ series}, x = 0, 6 \rightarrow 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24}$$

$$\cos(x) \text{ series}, x = 0, 7 \rightarrow 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24} - \frac{x^6}{720}$$

$$\cos(x) \text{ series}, x = \frac{\pi}{2} \rightarrow \frac{\pi}{2} - x + \frac{\left(x - \frac{\pi}{2}\right)^3}{6} - \frac{\left(x - \frac{\pi}{2}\right)^5}{120}$$

$$\cos(x) \text{ series}, x = \frac{\pi}{2}, 4 \rightarrow \frac{\pi}{2} - x + \frac{\left(x - \frac{\pi}{2}\right)^3}{6}$$

$$\ln(1+x) \text{ series}, x = \frac{1}{2}, 4 \rightarrow \ln\left(\frac{3}{2}\right) - \frac{1}{3} + \frac{2\cdot x}{3} - \frac{2\cdot\left(x - \frac{1}{2}\right)^2}{9} + \frac{8\cdot\left(x - \frac{1}{2}\right)^3}{81}$$

Dezvoltarea in serie Taylor a unei functii de mai multe variabile

Dezvoltarea unei functii de doua variabile in jurul originii x = 0, y = 0. Se cere ca dezvoltarea sa fie un polinom in doua variabile de grad mai mic ca 3.

$$e^{(x+y)} \text{ series}, x = 0, y = 0, 3 \rightarrow 1 + y + \frac{y^2}{2} + x + x \cdot y + \frac{x^2}{2}$$

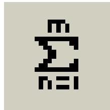
Dezvoltarea aceleiasi functii in jurul punctului (1, 2), cu grad mai mic ca 2.

$$e^{x+y} \text{ series}, x = 1, y = 2, 2 \rightarrow e^3 + e^3 \cdot (y - 2) + e^3 \cdot (x - 1)$$

CALCUL SIMBOLIC IN MATHCAD

Meniul Symbolics si Symbolic Toolbar

Calculul sumelor



Pentru calculul unei sume se tasteaza **Ctrl + Shift + 4** sau se da clic pe pictograma simbolului de suma aflat pe bara **Calculus.** Ca efect apare simbolul sumei urmand a se completa pozitiile marcate.

$$\sum_{\blacksquare=\blacksquare}^{\blacksquare} \blacksquare$$

Exemplul 1 Calculul sumei $1 + 2 + 3 + ... + n$

$$\sum_{k=1}^{n} k \rightarrow \frac{n\cdot(n+1)}{2}$$

Diferenta dintre calculul numeric si cel simbolic

Pentru a vedea diferenta dintre evaluarea numerica si cea simbolica consideram suma

$$F(x) := \sum_{k=0}^{3} \left[\frac{3!}{k!\cdot(3-k)!}\cdot x^{k}\cdot 2^{3-k}\right]$$

Aceasta nu este altceva decat dezvoltarea conform binomului lui Newton a lui $(x+2)^3$.

Pentru a evalua numeric aceasta functie trebuie data valoarea lui x in care se face calculul. De exemplu

$$F(3) = 125 \qquad\qquad F(-3) = -1$$

Evaluarea simbolica a aceleiasi expresii conduce insa la obtinerea dezvoltarii lui $(x+2)^3$.

$$\sum_{k=0}^{3} \left[\frac{3!}{k!\cdot(3-k)!}\cdot x^{k}\cdot 2^{3-k}\right] \rightarrow x^3 + 6\cdot x^2 + 12\cdot x + 8$$

Exemplul 2 Calculul sumei unei progresii geometrice

$$1 + q + q^2 + q^3 + ... + q^n$$

Folosind simbolul suma putem calcula suma unei progresii geometrice

$$\sum_{k=0}^{n} q^k \rightarrow \frac{q^{n+1} - 1}{q - 1}$$

Folosind comanda **Simplify** putem obtine rezultatul sub forma de mai jos

$$\sum_{k=0}^{n} q^k \quad \text{simplifies to} \quad \frac{\left[q^{(n+1)} - 1\right]}{(q - 1)}$$

Pentru calculul sumei $\displaystyle 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + ... + \frac{1}{3^{100}}$

se poate da comada de evaluare simbolica sau numerica

$$\sum_{k=0}^{100} \frac{1}{3^k} \rightarrow \frac{773066281098016996554691694648431909053161283001}{515377520732011331036461129765621272702107522001} = 1.5$$

$$\sum_{k=0}^{100} \frac{1}{3^k} = 1.5$$

Calculul sumelor unor serii de puteri

Exemplul 3 Calculul sumei seriei geometrice

$$1 + x + x^2 + x^3 + ... + x^n + ...$$

Obtinem

$$\sum_{k=0}^{\infty} x^k \rightarrow \left| \begin{array}{ll} \infty & \text{if } 1 \le x \\ -\dfrac{1}{x - 1} & \text{if } x \ne 1 \wedge |x| < 1 \end{array} \right.$$

formula care este adevarata, dupa cum se stie de la cursul de "Analiza matematica", daca

$$|x| < 1$$

De exemplu

$$\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^k \to 2 \qquad \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{-1}{3}\right)^k \to \frac{3}{4}$$

Sa vedem cum se "descurca" Mathcad-ul daca se cere calculul sumei seriei geometrice pentru valori ale lui x din afara intervalului (-1, 1).

$$\sum_{k=0}^{\infty} 1^k \to \infty \qquad \sum_{k=0}^{\infty} 2^k \to \infty$$

Rezultate corecte!
Seriile sunt divergente si au suma infinita.

$$\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \to \text{undefined} \qquad \sum_{k=0}^{\infty} (-2)^k \to \text{undefined}$$

Rezultate corecte!
Seriile sunt divergente si nu au suma pentru $x \le -1$

Alte exemple de calculul sumelor unor serii

Pentru orice x numar real, au loc egalitatile:

$$1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \ldots + \frac{x^n}{n!} + \ldots$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} \to e^x$$

$$1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \frac{x^8}{8!} + ... + \frac{(-1)^n \cdot x^{2 \cdot n}}{(2 \cdot n)!} + ...$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot x^{2 \cdot n}}{(2 \cdot n)!} \rightarrow \cos(x)$$

$$x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \frac{x^8}{8!} + ... + \frac{(-1)^n \cdot x^{2 \cdot n+1}}{(2 \cdot n + 1)!} + ...$$

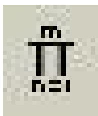
$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot x^{2 \cdot n+1}}{(2 \cdot n + 1)!} \rightarrow \sin(x)$$

CALCUL SIMBOLIC IN MATHCAD

Meniul Symbolics si Symbolic Toolbar

Calculul produselor

Pentru calculul unui produs se tasteaza **Ctrl + Shift + 3** sau se da clic pe pictograma simbolului de produs aflat pe bara **Calculus.** Ca efect apare simbolul produsului cu locurile marcate necompletate.



$$\prod_{\blacksquare = \blacksquare}^{\blacksquare} \blacksquare$$

Exemple.

Calculul produsul numerelor impare de la 1 la 19: $1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 15 \cdot 17 \cdot 19$

$$\prod_{k=0}^{9} (2 \cdot k + 1) \rightarrow 654729075$$

Calculul produsului numerelor pare de la 2 la 20: $2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 10 \cdot 12 \cdot 14 \cdot 16 \cdot 18 \cdot 20$

$$\prod_{k=1}^{10} (2 \cdot k) \rightarrow 3715891200$$

Calculul numarului 10! $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10$ $10! = 3628800$

$$\prod_{k=1}^{10} k \rightarrow 3628800$$

Daca in loc de un numar concret, cum este mai sus 10, se considera un numar natural n atunci se obtine:

$$\prod_{k=1}^{n} k \rightarrow n!$$